

TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

A.A. 2017/2018

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. MASSIMILIANO VENTRONI

Esercitazione 7 del 1/12/2017

Risoluzione di sistemi lineari

Esercizio 1 [tratto dalla prova d'esame del 27 ottobre 2017]

Determinare la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

e utilizzarla per calcolare il determinante di A e per risolvere il sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} = (0, -12, -6, -12)^T$.

Soluzione.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/8 & 1 & 0 & 0 \\ 1/8 & 1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 8 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 3/2 & -3/4 & 9/8 \\ 0 & 0 & 1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\det(A) = -12, \quad \mathbf{x} = (1, 0, -7, -6)^T, \quad \mathbf{x}_1 = (-1/6, 1/2, -1/3, 0)^T.$$

Esercizio 2

Calcolare, mediante la fattorizzazione $PA = LU$, l'inversa della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soluzione.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix},$$