

TUTORATO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**  
CORSI DI LAUREA IN CHIMICA E MECCANICA  
A.A. 2016/2017

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT. FRANCESCO ARRAI

*Esercitazione 9 del 15/12/2016, ore 14:00-16:00 Aula C*  
*Metodi iterativi per sistemi lineari e*  
*Metodo di Eulero esplicito per ODE del primo ordine*

**Esercizio 1**

Assegnato il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  dipendente da un parametro  $s \in \mathbb{R}$ , con

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & \gamma \\ 0 & \gamma & 0 \\ \gamma & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix},$$

dire per quali valori del parametro il sistema ammette una sola soluzione, per quali valori la matrice è definita positiva e per quali valori il metodo iterativo di Gauss-Seidel applicato al sistema risulta convergente. Fissato  $\gamma = \frac{1}{2}$ , calcolare le prime due iterazioni del metodo, a partire dal vettore iniziale  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0, 0)^T$ .

**Esercizio 2 [tratto dalla prova d'esame del 29/01/2016]**

Sia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \beta & \frac{1}{2} & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Stabilire per quali valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  la matrice  $A$  è invertibile e per quali è simmetrica definita positiva. Si consideri poi il sistema  $Ax = b$  con  $b = [1 \ -2 \ 0]^T$ . Si studi al variare dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  la convergenza del metodo di Jacobi applicato a tale sistema e si calcolino le prime due iterate partendo dal vettore iniziale  $\mathbf{x}^{(0)} = [0 \ 1 \ 0]^T$ .

**Esercizio 3**

Utilizzare il metodo di Eulero esplicito con passo  $h = \frac{1}{2}$  per approssimare la sua soluzione in  $x = \frac{3}{2}$  del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x+1)y, & x \in [\frac{1}{2}, 5] \\ y(\frac{1}{2}) = 1, \end{cases}$$

**Esercizio 4 [tratto dalla prova d'esame del 26/10/2016]**

Utilizzando il metodo di Eulero-Cauchy esplicito, approssimare la soluzione dell'equazione

$$\begin{cases} y'' + (x - 3)y = 2 - x \\ y(1) = 0, y'(1) = 1 \end{cases}$$

in  $x = 2$ , avendo posto il passo  $h = \frac{1}{2}$ .