

ESERCIZI SUI METODI ITERATIVI
TRATTI DALLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA
A.A. 2017/2018
DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

Esercizio 1 Si consideri il sistema $Ax = b$ dove

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ s & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Si dica per quali valori del parametro $s \in \mathbb{R}$ il sistema ammette un'unica soluzione e per quali il metodo di Jacoby e quello di Gauss-Seidel convergono. Si consideri poi il caso $s = 1/2$ e si calcolino le prime due iterate del metodo di Jacoby e del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 2 Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} \gamma & 1 & 0 \\ 2 & \gamma & 2 \\ 0 & 1 & \gamma \end{bmatrix}$$

con $\gamma \in \mathbb{R}$. Stabilire per quali valori del parametro la matrice A è invertibile e per quali i suoi autovalori sono positivi. Si consideri poi il sistema $Ax = b$ con $b = [1, 2, 3]^T$. Si studi al variare del parametro γ la convergenza del metodo di Jacobi applicato a tale sistema e si calcolino le prime due iterate partendo dal vettore iniziale $x^{(0)} = [0, 1, 0]^T$. Senza fare calcoli e motivando opportunamente la risposta si dica se nel caso in cui $\gamma = 5$ il metodo di Gauss-Seidel converge.