

REGISTRO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**  
CORSI DI LAUREA IN CHIMICA E MECCANICA  
6 CFU - A.A. 2016/2017  
DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO  
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 15 DICEMBRE 2016

**1. Martedì 27/09/2016, 16–18. ore: 2(2)**

---

Introduzione al corso: problemi ben posti, condizionamento, stabilità, complessità computazionale.

**2. Mercoledì 28/09/2016, 08–10. ore: 2(4)**

---

Spazi vettoriali: definizione ed esempi. Combinazioni lineari. Spazio generato da  $n$  vettori. Dipendenza e indipendenza lineare. Basi e dimensione. Esempi. Spazi normati. Norme vettoriali in  $\mathbb{R}^n$  e  $\mathbb{C}^n$  con indice 1, 2 e  $\infty$ .

**3. Venerdì 30/09/2016, 11–13. ore: 2(6)**

---

Equivalenza tra norme. Principali norme utilizzate per le funzioni  $C([a, b])$ ,  $L^1([a, b])$  e  $L^2([a, b])$ . Esercizi. Convergenza di successioni di vettori. Successioni di Cauchy. Spazi di Banach. Spazi di Hilbert. Norma indotta da un prodotto scalare. Prodotto scalare di  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{C}^n$  e  $L^2([a, b])$ . Ortogonalità e ortonormalità. Base ortonormale. Metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Esercizi sul metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.

**4. Martedì 4/10/2016, 14–16. ore: 2(8)**

---

Definizione di matrice ed esempi. Somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto tra matrici. Proprietà del prodotto tra matrici e relazioni con il prodotto scalare. Potenza di una matrice. Definizione di matrice trasposta e di matrice aggiunta e loro proprietà.

**5. Mercoledì 5/10/2016, 8–10. ore: 2(10)**

---

Definizione di matrice inversa e sue proprietà. Definizione di matrice ortogonale e di matrice unitaria. Esempi. Determinante e sue proprietà. Regola di Laplace per il calcolo del determinante. Autovalori e autovettori. Definizione di spettro e raggio spettrale. Proprietà degli autovalori.

**6. Venerdì 7/10/2016, 11–13. ore: 2(12)**

---

Esercizi sul calcolo di autovalori. Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Estensione di una funzione per periodicità. Esempi.

**7. Martedì 11/10/2016, 16–18. ore: 2(14)**

---

Armoniche elementari. Polinomio trigonometrico. Ortogonalità delle armoniche elementari. Formule di Werner. Integrazione di una funzione periodica su un periodo.

**8. Mercoledì 12/10/2016, 8–10. ore: 2(16)**

---

Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico. Energia di un segnale e di un polinomio trigonometrico. Disuguaglianza di Bessel. Uguaglianza di Parseval. Serie di Fourier. Forma trigonometrica della serie di Fourier.

**9. Venerdì 14/10/2016, 11–13. ore: 2(18)**

---

Forma armonica della serie di Fourier. Calcolo della serie di Fourier di alcune funzioni. Funzioni regolari a tratti. Teorema di convergenza della serie di Fourier.

**10. Martedì 18/10/2016, 16–18. ore: 2(20)**

---

Lemma di Riemann-Lebesgue. Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Formula di Eulero. Forma complessa della serie di Fourier. Legame tra i coefficienti delle forme reale e complessa.

**11. Mercoledì 19/10/2016, 8–10. ore: 2(22)**

---

Integrabilità e derivabilità termine a termine di una serie di Fourier. Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali.

**12. Venerdì 21/10/2016, 11–13. ore: 2(24)**

---

Introduzione alla trasformata di Fourier: passaggio dalla serie di Fourier alla trasformata, analogie e differenze. Trasformata inversa. Esercizi sulla risoluzione delle equazioni differenziali mediante la serie di Fourier.

**13. Martedì 25/10/2016, 16–18. ore: 2(26)**

---

Calcolo della trasformate di alcune funzioni elementari: impulso esponenziale troncato, impulso esponenziale pari, impulso esponenziale dispari, onda quadra. Funzione sinc. Delta di Dirac e sua trasformata. Trasformata di Fourier della funzione Gaussiana.

**14. Mercoledì 26/10/2016, 08–10. ore: 2(28)**

---

Proprietà della trasformata di Fourier: linearità, traslazione nello spazio ordinario e nello spazio delle frequenze. Esercizi.

**15. Venerdì 28/10/2016, 11–13. ore: 2(30)**

---

Proprietà della trasformata di Fourier: variazione di scala, simmetria, modulazione. Derivazione nello spazio delle frequenze. Esercizi.

**16. Venerdì 04/11/2016, 11–13. ore: 2(32)**

---

Convoluzione. Commutatività. Trasformata della convoluzione. Esercizi.

**17. Martedì 08/11/2016, 11–13. ore: 2(34)**

---

Trasformata della derivata di una funzione. Risoluzione di un'equazione differenziale mediante la trasformata di Fourier. Esercizi.

**18. Mercoledì 09/11/2016, 10–12. ore: 2(36)**

Introduzione alla risoluzione di sistemi lineari e possibili rappresentazioni. Matrici strutturate: matrici diagonali, triangolari (superiore o inferiore), unitarie e ortogonali. Matrici sparse e matrici dense. Matrici Hermitiane e matrici simmetriche. Matrici definite positive e semidefinite positive.

**19. Venerdì 11/11/2016, 11–13. ore: 2(38)**

Esercizi sulle trasformate di Fourier. Norme matriciali. Proprietà di submoltiplicatività e consistenza. La norma di Frobenius.

**20. Martedì 22/11/2016, 16–18. ore: 2(40)**

Norme naturali. Espressione della norma naturale indotta dalla norma vettoriale con indice  $\infty$ . Norme matriciali indotte dalle norme vettoriali con indice 1 e 2. Relazioni tra norme matriciali e raggio spettrale. Condizionamento relativo di un sistema lineare in presenza di errori sui soli termini noti.

**21. Mercoledì 23/11/2016, 08–10. ore: 2(42)**

Indice di condizionamento. Proprietà dell'indice di condizionamento. Il caso delle matrici ortogonali. Il caso delle matrici simmetriche. Esercizio.

**22. Venerdì 25/11/2016, 11–13. ore: 2(44)**

Condizioni per l'esistenza e l'unicità della soluzione di sistemi lineari. Metodo di risoluzione di un sistema lineare ortogonale e sua complessità computazionale. Sistemi lineari diagonali: algoritmo di risoluzione e complessità. Risoluzione di un sistema triangolare inferiore o superiore: algoritmo e complessità. Principi di equivalenza per i sistemi lineari.

**23. Martedì 29/11/2016, 16–18. ore: 2(46)**

Il metodo di eliminazione di Gauss (senza pivoting). Algoritmo. Complessità computazionale. Esercizio. Fattorizzazione  $A=LU$ . Applicazione della fattorizzazione  $A=LU$  alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa. Esercizio.

**24. Mercoledì 30/11/2016, 08–10. ore: 2(48)**

---

Arresto dell'algoritmo di Gauss in presenza di un pivot nullo. Matrici diagonalmente dominanti per riga e per colonna. Problemi di accumulo errori nell'algoritmo di Gauss. Algoritmo di Gauss con pivoting parziale. Matrici di scambio e di permutazione. Fattorizzazione  $PA = LU$ . Osservazioni sulla stabilità e sul condizionamento. Applicazioni della fattorizzazione  $PA = LU$  alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa.

**25. Venerdì 02/12/2016, 11–13. ore: 2(50)**

---

Esercizio sul metodo di Gauss con pivoting parziale. Metodi iterativi stazionari del primo ordine. Calcolo iterate. Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Condizione sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni, condizione sul residuo.

**26. Martedì 6/12/2016, 16–18. ore: 2(52)**

---

Metodo di Jacobi. Metodo iterativo di Gauss-Seidel. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive e diagonalmente dominanti. Il problema di Cauchy per una equazione differenziale ordinaria del primo ordine.

**27. Mercoledì 7/12/2016, 08–10. ore: 2(54)**

---

Il problema di Cauchy associato a un sistema di due equazioni differenziali ordinarie. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Esistenza e unicità globale e locale della soluzione del problema di Cauchy. Metodi alle differenze finite. Discretizzazione del dominio. Schemi numerici monostep, multistep, espliciti ed impliciti. Metodo di Eulero esplicito per una equazione differenziale ordinaria.

**28. Martedì 13/12/2016, 16–18. ore: 2(56)**

---

Estensione al caso dei sistemi. Metodo di Eulero implicito. Metodo del punto medio. Metodo di Crank-Nicolson. Metodo di Heun. Metodo di Eulero modificato. Metodi di Runge-Kutta.

**29. Mercoledì 14/12/2016, 8–10. ore: 2(58)**

---

Analisi dei metodi monostep. Errore globale, locale e di propagazione. Convergenza, consistenza e stabilità di una formula alle differenze finite. Stabilità dei metodi monostep. Errore locale di discretizzazione, consistenza e ordine di consistenza. Verifica della consistenza per alcune formule monostep mediante sviluppo in serie dell'errore locale di discretizzazione. Esercizio.

**30. Giovedì 15/12/2016, 11–13. ore: 2(60)**

---

Formulazione generale dei metodi multistep. Errore locale di discretizzazione per una formula multistep. Consistenza e ordine. Polinomio caratteristico associato ad un metodo multistep. Stabilità. Condizione delle radici. Teorema di Dahlquist. Prima barriera di Dahlquist. Esercizio.