

REGISTRO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA
CORSI DI LAUREA IN CHIMICA E MECCANICA
6 CFU - A.A. 2016/2017
DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 15 DICEMBRE 2016

1. Martedì 27/09/2016, 16–18. ore: 2(2)

Introduzione al corso: problemi ben posti, condizionamento, stabilità, complessità computazionale.

2. Mercoledì 28/09/2016, 08–10. ore: 2(4)

Spazi vettoriali: definizione ed esempi. Combinazioni lineari. Spazio generato da n vettori. Dipendenza e indipendenza lineare. Basi e dimensione. Esempi. Spazi normati. Norme vettoriali in \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n con indice 1, 2 e ∞ .

3. Venerdì 30/09/2016, 11–13. ore: 2(6)

Equivalenza tra norme. Principali norme utilizzate per le funzioni $C([a, b])$, $L^1([a, b])$ e $L^2([a, b])$. Esercizi. Convergenza di successioni di vettori. Successioni di Cauchy. Spazi di Banach. Spazi di Hilbert. Norma indotta da un prodotto scalare. Prodotto scalare di \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n e $L^2([a, b])$. Ortogonalità e ortonormalità. Base ortonormale. Metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Esercizi sul metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.

4. Martedì 4/10/2016, 14–16. ore: 2(8)

Definizione di matrice ed esempi. Somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto tra matrici. Proprietà del prodotto tra matrici e relazioni con il prodotto scalare. Potenza di una matrice. Definizione di matrice trasposta e di matrice aggiunta e loro proprietà.

5. Mercoledì 5/10/2016, 8–10. ore: 2(10)

Definizione di matrice inversa e sue proprietà. Definizione di matrice ortogonale e di matrice unitaria. Esempi. Determinante e sue proprietà. Regola di Laplace per il calcolo del determinante. Autovalori e autovettori. Definizione di spettro e raggio spettrale. Proprietà degli autovalori.

6. Venerdì 7/10/2016, 11–13. ore: 2(12)

Esercizi sul calcolo di autovalori. Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Estensione di una funzione per periodicità. Esempi.

7. Martedì 11/10/2016, 16–18. ore: 2(14)

Armoniche elementari. Polinomio trigonometrico. Ortogonalità delle armoniche elementari. Formule di Werner. Integrazione di una funzione periodica su un periodo.

8. Mercoledì 12/10/2016, 8–10. ore: 2(16)

Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico. Energia di un segnale e di un polinomio trigonometrico. Disuguaglianza di Bessel. Uguaglianza di Parseval. Serie di Fourier. Forma trigonometrica della serie di Fourier.

9. Venerdì 14/10/2016, 11–13. ore: 2(18)

Forma armonica della serie di Fourier. Calcolo della serie di Fourier di alcune funzioni. Funzioni regolari a tratti. Teorema di convergenza della serie di Fourier.

10. Martedì 18/10/2016, 16–18. ore: 2(20)

Lemma di Riemann-Lebesgue. Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Formula di Eulero. Forma complessa della serie di Fourier. Legame tra i coefficienti delle forme reale e complessa.

11. Mercoledì 19/10/2016, 8–10. ore: 2(22)

Integrabilità e derivabilità termine a termine di una serie di Fourier. Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali.

12. Venerdì 21/10/2016, 11–13. ore: 2(24)

Introduzione alla trasformata di Fourier: passaggio dalla serie di Fourier alla trasformata, analogie e differenze. Trasformata inversa. Esercizi sulla risoluzione delle equazioni differenziali mediante la serie di Fourier.

13. Martedì 25/10/2016, 16–18. ore: 2(26)

Calcolo della trasformate di alcune funzioni elementari: impulso esponenziale troncato, impulso esponenziale pari, impulso esponenziale dispari, onda quadra. Funzione sinc. Delta di Dirac e sua trasformata. Trasformata di Fourier della funzione Gaussiana.

14. Mercoledì 26/10/2016, 08–10. ore: 2(28)

Proprietà della trasformata di Fourier: linearità, traslazione nello spazio ordinario e nello spazio delle frequenze. Esercizi.

15. Venerdì 28/10/2016, 11–13. ore: 2(30)

Proprietà della trasformata di Fourier: variazione di scala, simmetria, modulazione. Derivazione nello spazio delle frequenze. Esercizi.

16. Venerdì 04/11/2016, 11–13. ore: 2(32)

Convoluzione. Commutatività. Trasformata della convoluzione. Esercizi.

17. Martedì 08/11/2016, 11–13. ore: 2(34)

Trasformata della derivata di una funzione. Risoluzione di un'equazione differenziale mediante la trasformata di Fourier. Esercizi.

18. Mercoledì 09/11/2016, 10–12. ore: 2(36)

Introduzione alla risoluzione di sistemi lineari e possibili rappresentazioni. Matrici strutturate: matrici diagonali, triangolari (superiore o inferiore), unitarie e ortogonali. Matrici sparse e matrici dense. Matrici Hermitiane e matrici simmetriche. Matrici definite positive e semidefinite positive.

19. Venerdì 11/11/2016, 11–13. ore: 2(38)

Esercizi sulle trasformate di Fourier. Norme matriciali. Proprietà di submoltiplicatività e consistenza. La norma di Frobenius.

20. Martedì 22/11/2016, 16–18. ore: 2(40)

Norme naturali. Espressione della norma naturale indotta dalla norma vettoriale con indice ∞ . Norme matriciali indotte dalle norme vettoriali con indice 1 e 2. Relazioni tra norme matriciali e raggio spettrale. Condizionamento relativo di un sistema lineare in presenza di errori sui soli termini noti.

21. Mercoledì 23/11/2016, 08–10. ore: 2(42)

Indice di condizionamento. Proprietà dell'indice di condizionamento. Il caso delle matrici ortogonali. Il caso delle matrici simmetriche. Esercizio.

22. Venerdì 25/11/2016, 11–13. ore: 2(44)

Condizioni per l'esistenza e l'unicità della soluzione di sistemi lineari. Metodo di risoluzione di un sistema lineare ortogonale e sua complessità computazionale. Sistemi lineari diagonali: algoritmo di risoluzione e complessità. Risoluzione di un sistema triangolare inferiore o superiore: algoritmo e complessità. Principi di equivalenza per i sistemi lineari.

23. Martedì 29/11/2016, 16–18. ore: 2(46)

Il metodo di eliminazione di Gauss (senza pivoting). Algoritmo. Complessità computazionale. Esercizio. Fattorizzazione $A=LU$. Applicazione della fattorizzazione $A=LU$ alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa. Esercizio.

24. Mercoledì 30/11/2016, 08–10. ore: 2(48)

Arresto dell'algoritmo di Gauss in presenza di un pivot nullo. Matrici diagonalmente dominanti per riga e per colonna. Problemi di accumulo errori nell'algoritmo di Gauss. Algoritmo di Gauss con pivoting parziale. Matrici di scambio e di permutazione. Fattorizzazione $PA = LU$. Osservazioni sulla stabilità e sul condizionamento. Applicazioni della fattorizzazione $PA = LU$ alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa.

25. Venerdì 02/12/2016, 11–13. ore: 2(50)

Esercizio sul metodo di Gauss con pivoting parziale. Metodi iterativi stazionari del primo ordine. Calcolo iterate. Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Condizione sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni, condizione sul residuo.

26. Martedì 6/12/2016, 16–18. ore: 2(52)

Metodo di Jacobi. Metodo iterativo di Gauss-Seidel. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive e diagonalmente dominanti. Il problema di Cauchy per una equazione differenziale ordinaria del primo ordine.

27. Mercoledì 7/12/2016, 08–10. ore: 2(54)

Il problema di Cauchy associato a un sistema di due equazioni differenziali ordinarie. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Esistenza e unicità globale e locale della soluzione del problema di Cauchy. Metodi alle differenze finite. Discretizzazione del dominio. Schemi numerici monostep, multistep, espliciti ed impliciti. Metodo di Eulero esplicito per una equazione differenziale ordinaria.

28. Martedì 13/12/2016, 16–18. ore: 2(56)

Estensione al caso dei sistemi. Metodo di Eulero implicito. Metodo del punto medio. Metodo di Crank-Nicolson. Metodo di Heun. Metodo di Eulero modificato. Metodi di Runge-Kutta.

29. Mercoledì 14/12/2016, 8–10. ore: 2(58)

Analisi dei metodi monostep. Errore globale, locale e di propagazione. Convergenza, consistenza e stabilità di una formula alle differenze finite. Stabilità dei metodi monostep. Errore locale di discretizzazione, consistenza e ordine di consistenza. Verifica della consistenza per alcune formule monostep mediante sviluppo in serie dell'errore locale di discretizzazione. Esercizio.

30. Giovedì 15/12/2016, 11–13. ore: 2(60)

Formulazione generale dei metodi multistep. Errore locale di discretizzazione per una formula multistep. Consistenza e ordine. Polinomio caratteristico associato ad un metodo multistep. Stabilità. Condizione delle radici. Teorema di Dahlquist. Prima barriera di Dahlquist. Esercizio.