

REGISTRO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA
CORSI DI LAUREA IN CHIMICA E MECCANICA
6 CFU - A.A. 2017/2018
DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO
ULTIMO AGGIORNAMENTO: 15 DICEMBRE 2017

1. Mercoledì 27/09/2017, 10–12. ore: 2(2)

Introduzione al corso: problemi ben posti, condizionamento, stabilità, complessità computazionale.

2. Giovedì 28/09/2017, 15–17. ore: 2(4)

Spazi vettoriali: definizione ed esempi. Combinazioni lineari. Spazio generato da n vettori. Dipendenza e indipendenza lineare. Esempi. Spazi normati. Norme vettoriali in \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n con indice 1, 2 e ∞ . Principali norme utilizzate per le funzioni $C([a, b])$, $L^1([a, b])$ e $L^2([a, b])$.

3. Venerdì 29/09/2017, 11–13. ore: 2(6)

Spazi di Hilbert. Norma indotta da un prodotto scalare. Prodotto scalare di \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n e $L^2([a, b])$. Ortogonalità e ortonormalità. Base ortonormale. Metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Esercizio sul metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt.

4. Mercoledì 4/10/2017, 10–12. ore: 2(8)

Definizione di matrice ed esempi. Matrice trasposta e matrice aggiunta. Somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto tra matrici. Proprietà del prodotto tra matrici e relazioni con il prodotto scalare. Proprietà della matrice trasposta e matrice aggiunta. Potenza di una matrice. Definizione di matrice inversa e sue proprietà. Definizione di matrice ortogonale e di matrice unitaria.

5. Giovedì 5/10/2017, 15–17. ore: 2(10)

Esercizio sulle matrici ortogonali. Determinante e sue proprietà. Regola di Laplace per il calcolo del determinante. Autovalori e autovettori. Definizione di spettro e raggio spettrale. Proprietà degli autovalori. Esercizi.

6. Venerdì 6/10/2017, 11–13. ore: 2(12)

Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Estensione di una funzione per periodicità. Esempi. Funzioni continue a tratti. Armoniche elementari. Polinomio trigonometrico.

7. Mercoledì 11/10/2017, 11–13. ore: 2(14)

Ortogonalità delle armoniche elementari. Formule di Werner. Ortonormalità del sistema trigonometrico. Integrazione di una funzione periodica su un periodo. Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico.

8. Giovedì 12/10/2017, 15–17. ore: 2(16)

Energia di un segnale e di un polinomio trigonometrico. Disuguaglianza di Bessel. Uguaglianza di Parseval. Serie di Fourier. Forma trigonometrica della serie di Fourier. Forma armonica della serie di Fourier.

9. Venerdì 13/10/2017, 11–13. ore: 2(18)

Calcolo delle serie di Fourier di alcune funzioni. Funzioni regolari a tratti. Teorema di convergenza della serie di Fourier. Lemma di Riemann-Lebesgue.

10. Mercoledì 18/10/2017, 10–12. ore: 2(20)

Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Esercizi sulle serie di Fourier. Formula di Eulero. Forma complessa della serie di Fourier.

11. Giovedì 19/10/2017, 15–17. ore: 2(22)

Legame tra i coefficienti delle forme reale e complessa. Esercizio. Integrabilità e derivabilità termine a termine di una serie di Fourier. Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali.

12. Venerdì 20/10/2017, 11–13. ore: 2(24)

Esercizi sulla risoluzione di equazioni differenziali mediante la serie di Fourier. Introduzione alla trasformata di Fourier: passaggio dalla serie di Fourier alla trasformata, analogie e differenze. Trasformata inversa.

13. Mercoledì 25/10/2017, 10–12. ore: 2(26)

Calcolo della trasformate di alcune funzioni elementari: impulso esponenziale troncato, impulso esponenziale pari, impulso esponenziale dispari, onda quadra. Funzione sinc. Delta di Dirac e sua trasformata. Proprietà della trasformata di Fourier: linearità, traslazione nello spazio ordinario.

14. Giovedì 26/10/2017, 15–17. ore: 2(28)

Trasformata di Fourier della funzione Gaussiana. Traslazione nello spazio delle frequenze, variazione di scala, simmetria. Esercizi.

15. Venerdì 27/10/2017, 11–13. ore: 2(30)

Proprietà della trasformata di Fourier: modulazione, derivazione nello spazio delle frequenze. Convoluzione. Commutatività. Esercizi.

16. Giovedì 02/11/2017, 15–17. ore: 2(32)

Trasformata della convoluzione. Esercizi. Trasformata della derivata di una funzione. Risoluzione di un'equazione differenziale mediante la trasformata di Fourier. Esercizi.

17. Venerdì 03/11/2017, 11–13. ore: 2(34)

Introduzione alla risoluzione di sistemi lineari e possibili rappresentazioni. Matrici strutturate: matrici diagonali, triangolari (superiore o inferiore), unitarie e ortogonali. Esercizi sulle trasformate.

18. Mercoledì 08/11/2017, 10–12. ore: 2(36)

Matrici dense e matrici sparse. Matrici Hermitiane e matrici simmetriche. Matrici definite positive e semidefinite positive. Norme matriciali. Proprietà di submoltiplicatività e consistenza. La norma di Frobenius. Norme naturali.

19. Giovedì 09/11/2017, 15–17. ore: 2(38)

Espressione della norma naturale indotta dalla norma vettoriale con indice 1, ∞ e 2. Relazioni tra norme matriciali e raggio spettrale. Osservazioni sulle norme di matrici simmetriche e matrici ortogonali. Condizionamento relativo di un sistema lineare in presenza di errori sui soli termini noti. Indice di condizionamento.

20. Venerdì 10/11/2017, 11–13. ore: 2(40)

Proprietà dell'indice di condizionamento. Il caso delle matrici ortogonali. Il caso delle matrici simmetriche. Esercizio. Metodo di risoluzione di un sistema lineare ortogonale e sua complessità computazionale. Sistemi lineari diagonali: algoritmo di risoluzione e complessità. Risoluzione di un sistema triangolare inferiore o superiore: algoritmo e complessità.

21. Giovedì 23/11/2017, 15–17. ore: 2(42)

Esercizi sul condizionamento di matrici. Principi di equivalenza per la risoluzione di sistemi lineari.

22. Venerdì 24/11/2017, 11–13. ore: 2(44)

Il metodo di eliminazione di Gauss (senza pivoting): analisi dei primi due passi e del generico passo k . Complessità computazionale. Esercizio. Fattorizzazione $A=LU$. Applicazione della fattorizzazione $A=LU$ alla risoluzione di sistemi lineari e al calcolo del determinante.

23. Mercoledì 29/11/2017, 10–12. ore: 2(46)

Calcolo dell'inversa di una matrice mediante la fattorizzazione $A = LU$. Esercizio. Arresto dell'algoritmo di Gauss in presenza di un pivot nullo. Matrici diagonalmente dominanti per riga e per colonna. Problemi di accumulo errori nell'algoritmo di Gauss. Algoritmo di Gauss con pivoting parziale. Esercizio.

24. Giovedì 30/11/2017, 15–17. ore: 2(48)

Fattorizzazione $PA = LU$. Matrici di scambio e di permutazione. Osservazioni sulla stabilità e sul condizionamento. Applicazioni della fattorizzazione $PA = LU$ alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa. Metodi iterativi stazionari del primo ordine.

25. Venerdì 1/12/2017, 11–13. ore: 2(50)

Esempio di calcolo iterato di un metodo iterativo stazionario del primo ordine. Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Condizione sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni, condizione sul residuo. Metodo di Jacoby. Metodo di Gauss Seidel. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive e diagonalmente dominanti.

26. Mercoledì 6/12/2017, 10–12. ore: 2(52)

Esercizi sui metodi iterativi. Il problema di Cauchy per una equazione differenziale ordinaria del primo ordine. Il problema di Cauchy associato a un sistema di due equazioni differenziali ordinarie. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Esistenza e unicità globale della soluzione del problema di Cauchy. Lipschitzianità: definizione e relazione con la continuità e con la derivabilità. Esempi.

27. Giovedì 7/12/2017, 15–17. ore: 2(54)

Esistenza e unicità locale della soluzione del problema di Cauchy. Metodi alle differenze finite. Discretizzazione del dominio. Schemi numerici monostep, multistep, espliciti ed impliciti. Metodo di Eulero esplicito per una equazione differenziale ordinaria. Estensione al caso dei sistemi.

28. Mercoledì 13/12/2017, 10–12. ore: 2(56)

Metodo di Eulero implicito. Metodo del punto medio. Metodo di Crank-Nicolson. Metodo di Heun. Metodo di Eulero modificato. Metodi di Runge-Kutta.

29. Giovedì 14/12/2017, 15–17. ore: 2(58)

Analisi dei metodi monostep. Errore globale, locale e di propagazione. Convergenza, consistenza e stabilità di una formula alle differenze finite. Stabilità dei metodi monostep. Errore locale di discretizzazione, consistenza e ordine di consistenza. Verifica della consistenza per alcuni formule monostep mediante sviluppo in serie dell'errore locale di discretizzazione. Esercizio.

30. Venerdì 15/12/2017, 11–13. ore: 2(60)

Formulazione generale dei metodi multistep. Errore locale di discretizzazione per una formula multistep. Consistenza e ordine. Polinomio caratteristico associato ad un metodo multistep. Stabilità. Condizione delle radici. Teorema di Dahlquist. Prima barriera di Dahlquist. Analisi del metodo del punto medio. Esercizio.