

REGISTRO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA

CORSI DI LAUREA IN BIOMEDICA

6 CFU - A.A. 2018/2019

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

ULTIMO AGGIORNAMENTO: 19 DICEMBRE 2018

1. Mercoledì 26/09/2018, 15–17. ore: 2(2)

Introduzione al corso. Problemi risolvibili: problemi ben posti, condizionamento, stabilità, complessità computazionale.

2. Lunedì 1/10/2018, 11–13. ore: 2(4)

Spazi vettoriali: definizione ed esempi. Combinazioni lineari. Spazio generato da n vettori. Dipendenza e indipendenza lineare. Basi e dimensioni. Esempi. Spazi normati. Norme vettoriali in \mathbb{R}^n e \mathbb{C}^n con indice 1, 2 e ∞ . Principali norme utilizzate per le funzioni $C([a, b])$ e $L^2([a, b])$.

3. Martedì 2/10/2018, 12–14. ore: 2(6)

Normalizzazione. Successioni di Cauchy e spazi completi. Spazi di Hilbert. Norma indotta da un prodotto scalare. Prodotto scalare di \mathbb{R}^n , \mathbb{C}^n e $L^2([a, b])$. Ortogonalità e ortonormalità. Base ortonormale. Metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.

4. Mercoledì 3/10/2018, 15–17. ore: 2(8)

Esercizio sul metodo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Definizione di matrice ed esempi. Matrice trasposta e matrice aggiunta. Somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare. Prodotto tra matrici. Proprietà del prodotto tra matrici e relazioni con il prodotto scalare. Potenza di una matrice.

5. Lunedì 8/10/2018, 11–13. ore: 2(10)

Proprietà della matrice trasposta e matrice aggiunta. Definizione di matrice inversa e sue proprietà. Definizione di matrice ortogonale e di matrice unitaria. Esercizio su matrice inversa e matrice ortogonale. Determinante e sue proprietà. Regola di Laplace per il calcolo del determinante. Autovalori e autovettori. Definizione di spettro e raggio spettrale. Proprietà degli autovalori. Esercizi.

6. Martedì 9/10/2018, 12–14. ore: 2(12)

Introduzione all'analisi di Fourier. Funzioni periodiche. Periodo fondamentale. Estensione di una funzione per periodicità. Esempi. Funzioni continue a tratti. Armoniche elementari. Polinomio trigonometrico. Sistema trigonometrico.

7. Lunedì 15/10/2018, 11–13. ore: 2(14)

Ortogonalità e ortonormalità del sistema trigonometrico. Formule di Werner. Integrazione di una funzione periodica su un periodo. Calcolo dei coefficienti del polinomio trigonometrico. Energia di un segnale e di un polinomio trigonometrico. Disuguaglianza di Bessel. Uguaglianza di Parseval.

8. Martedì 16/10/2018, 12–14. ore: 2(16)

Serie di Fourier. Forma trigonometrica della serie di Fourier. Forma armonica della serie di Fourier. Calcolo delle serie di Fourier di alcune funzioni. Funzioni regolari a tratti.

9. Mercoledì 17/10/2018, 15–17. ore: 2(18)

Teorema di convergenza della serie di Fourier. Lemma di Riemann-Lebesgue. Serie di Fourier di funzioni pari e dispari. Esercizio sulle serie di Fourier.

10. Lunedì 22/10/2018, 11–13. ore: 2(20)

Formula di Eulero. Forma complessa della serie di Fourier. Legame tra i coefficienti delle forme reale e complessa. Integrabilità e derivabilità termine a termine di una serie di Fourier.

11. Martedì 23/10/2018, 12–14. ore: 2(22)

Applicazione delle serie di Fourier alla risoluzione di equazioni differenziali. Introduzione alla trasformata di Fourier. Trasformata inversa. Calcolo della trasformata di Fourier dell' impulso esponenziale troncato.

12. Mercoledì 24/10/2018, 15–17. ore: 2(24)

Calcolo della trasformata di Fourier dell'impulso esponenziale pari, dell'impulso esponenziale dispari e dell' onda quadra. Funzione sinc. Delta di Dirac e sua trasformata. Proprietà della trasformata di Fourier: linearità, traslazione nello spazio ordinario, traslazione nello spazio delle frequenze.

13. Lunedì 29/10/2018, 11–13. ore: 2(26)

Proprietà della trasformata di Fourier: variazione di scala, simmetria. Calcolo della trasformata di Fourier della funzione Gaussiana. Esercizi.

14. Lunedì 5/11/2018, 11–13. ore: 2(28)

Proprietà della trasformata di Fourier: modulazione, derivazione nello spazio delle frequenze. Trasformata della derivata di una funzione. Convoluzione. Commutatività. Esercizi.

15. Martedì 6/11/2018, 12–14. ore: 2(30)

Trasformata della convoluzione. Esercizi. Risoluzione di un'equazione differenziale mediante la trasformata di Fourier. Esercizi.

16. Mercoledì 7/11/2018, 15–17. ore: 2(32)

Dimostrazione teorica del passaggio dalla serie di Fourier alla trasformata. Esercizi su trasformate e convoluzione.

17. Lunedì 19/11/2018, 11–13. ore: 2(34)

Introduzione alla risoluzione di sistemi lineari e possibili rappresentazioni. Matrici sparse e matrici dense. Matrici strutturate: matrici diagonali, triangolari (superiore o inferiore), unitarie e ortogonali, Hermitiane e simmetriche. Matrici definite positive e semidefinite positive.

18. Mercoledì 21/11/2018, 15–17. ore: 2(36)

Norme matriciali. Proprietà di submoltiplicatività e consistenza. La norma di Frobenius. Norme naturali. Espressione della norma naturale indotta dalla norma vettoriale con indice ∞ e 1. Norme matriciali indotte dalle norme vettoriali con indice 2. Osservazioni sulle norme di matrici simmetriche e matrici ortogonali.

19. Lunedì 26/11/2018, 11–13. ore: 2(38)

Relazioni tra norme matriciali e raggio spettrale. Condizionamento relativo di un sistema lineare in presenza di errori sui soli termini noti. Indice di condizionamento. Proprietà dell'indice condizionamento. Il caso delle matrici ortogonali. Il caso delle matrici simmetriche. Esercizi sul condizionamento. Introduzione al Matlab e calcolo del condizionamento in Matlab.

20. Martedì 27/11/2018, 12–14. ore: 2(40)

Metodo di risoluzione di un sistema lineare ortogonale e sua complessità computazionale. Sistemi lineari diagonali: algoritmo di risoluzione e complessità. Risoluzione di un sistema triangolare inferiore o superiore: algoritmo e complessità. Principi di equivalenza per i sistemi lineari.

21. Mercoledì 28/11/2018, 15–17. ore: 2(42)

Analisi dei primi due passi del metodo di eliminazione di Gauss (senza pivoting). Analisi del generico passo k dell'algoritmo di Gauss. Esercizio. Complessità computazionale. Fattorizzazione $A=LU$. Applicazione della fattorizzazione $A=LU$ alla risoluzione di sistemi lineari e al calcolo del determinante.

22. Lunedì 3/12/2018, 11–13. ore: 2(44)

Calcolo dell'inversa di una matrice mediante la fattorizzazione $A = LU$. Arresto dell'algoritmo di Gauss in presenza di un pivot nullo. Matrici diagonalmente dominanti per riga e per colonna. Problemi di accumulo errori nell'algoritmo di Gauss. Algoritmo di Gauss con pivoting parziale. Stabilità e complessità computazionale. Fattorizzazione $PA = LU$. Matrici di scambio e di permutazione. Costruzione della matrice L . Esercizio.

23. Martedì 4/12/2018, 12–14. ore: 2(46)

Applicazioni della fattorizzazione $PA = LU$ alla risoluzione di sistemi lineari, al calcolo del determinante e al calcolo dell'inversa. Esercizi. Vantaggi e svantaggi dei metodi diretti e dei metodi iterativi.

24. Mercoledì 5/12/2018, 15–17. ore: 2(48)

Metodi iterativi stazionari del primo ordine. Calcolo iterate. Convergenza e consistenza di un metodo iterativo. Condizione sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Condizione necessaria e sufficiente per la convergenza di un metodo iterativo. Criteri di arresto: scarto tra iterazioni successive, numero massimo di iterazioni, condizione sul residuo. Metodo di Jacobi.

25. Martedì 11/12/2018, 12–14. ore: 2(50)

Metodo di Jacobi. Espressione matriciale e espressione in componenti. Parallelizzabilità. Metodo iterativo di Gauss-Seidel. Espressione matriciale del metodo ed espressione in componenti. Parallelizzabilità. Teoremi di convergenza per matrici simmetriche definite positive e diagonalmente dominanti. Esercizi.

26. Mercoledì 12/12/2018, 15–17. ore: 2(52)

Il problema di Cauchy per una equazione differenziale ordinaria del primo ordine. Il problema di Cauchy associato a un sistema di due equazioni differenziali ordinarie. Equazioni differenziali di ordine superiore al primo: come trasformarle in equazioni del primo ordine. Esistenza e unicità globale e locale della soluzione del problema di Cauchy. Esempi.

27. Giovedì 13/12/2018, 15–17. ore: 2(54)

Metodi alle differenze finite. Discretizzazione del dominio. Metodo di Eulero esplicito per una equazione differenziale ordinaria. Estensione al caso dei sistemi. Metodo di Eulero implicito. Esempi.

28. Lunedì 17/12/2018, 11–13. ore: 2(56)

Metodo del punto medio. Metodo di Crank-Nicolson. Metodo di Heun. Metodo di Eulero modificato. Metodi di Runge-Kutta. Esercizi.

29. Martedì 18/12/2018, 12–14. ore: 2(58)

Analisi dei metodi monostep. Errore globale, locale e di propagazione. Convergenza, consistenza e stabilità di una formula alle differenze finite. Stabilità dei metodi monostep. Errore locale di discretizzazione, consistenza e ordine di consistenza. Verifica della consistenza per alcuni formule monostep mediante sviluppo in serie dell'errore locale di discretizzazione. Esercizio.

30. Mercoledì 19/12/2018, 15–17. ore: 2(60)

Formulazione generale dei metodi multistep. Errore locale di discretizzazione per una formula multistep. Consistenza e ordine. Polinomio caratteristico associato ad un metodo multistep. Stabilità. Criterio delle radici. Teorema di Dahlquist. Prima barriera di Dahlquist. Analisi del metodo del punto medio. Esercizio.