Esercitazione 1 di Matematica Applicata

Laura Marcias – laura_marcias@tiscali.it

14 Ottobre 2015

Esercizio 1 (21/11/2014, esercizio 2, prima prova)

Si considerino le seguenti matrici

$$Q = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \; S = \begin{bmatrix} -\alpha & 2\alpha & \alpha \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Si stabilisca se Q è ortogonale e si determini il parametro α che rende S la matrice inversa di R. Si calcoli la matrice A = QR. Si dica se A è invertibile, si calcolino i suoi autovalori (sapendo che uno di essi è pari a 1) e si determini, nel modo più conveniente e motivando la risposta, l'inversa di A.

Esercizio 2 (21/11/2014, esercizio 1, prima prova)

Si orto normalizzino i seguenti vettori mediante il procedimento di Gram – Schmidt

$$w_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad w_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 3 (31/01/2014, esercizio 2, recupero prima prova)

Assegnate le matrici

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ -a & a & 0 & 0 \\ a & -1 & a & 0 \\ -a & b & b & a \end{bmatrix},$$

si determinino i valori dei parametri a e b che rendono la matrice M l'inversa di L. Si consideri poi $A = LL^T$ e, sfruttando i calcoli fatti e motivando la risposta, si calcoli det(A), det(A^3) e A^{-1}. Infine, posto $u = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}^T$ e v = Lu, si calcoli $\|v\|_1$, $\|v\|_2$, $\|v\|_\infty$.