

Esercitazione 13 di Matematica Applicata

Laura Marcias – laura_marcias@tiscali.it

12 Gennaio 2016

Esercizio 1 (23/12/2010 esercizio 2 compito 2)

Calcolare il numero di condizione rispetto alle norme con indice 1, 2 e ∞ della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2 (23/12/2010 esercizio 4 compito 2)

Risolvere, mediante la fattorizzazione PA = LU, il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_2 - x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -9 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 - 3x_4 = -7 \end{cases}$$

e calcolare il determinante della matrice dei coefficienti.

Esercizio 3 (21/02/2012 esercizio 2 compito 1)

Assegnato il sistema lineare $Ax = b$ dipendente da un parametro $a \in \mathfrak{R}$, con

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 4 \end{bmatrix},$$

dire per quali valori del parametro il sistema ammette una sola soluzione, per quali valori la matrice A è definita positiva, e per quali valori il metodo iterativo di Jacobi applicato al sistema risulta convergente. Fissato $\alpha = 1/2$, si calcolare quindi le prime due iterazioni del metodo, a partire dal vettore iniziale $x^{(0)} = [0 \ 0 \ 0]^T$.

Esercizio 4 (21/02/2012 esercizio 3 compito 2)

Considerato il seguente metodo alle differenze finite, dipendente dai parametri reali α e β ,

$$\begin{cases} \eta_{i+1} = \eta_i + \frac{h}{2} \left[5f(x_i, \eta_i) + \alpha f\left(x_i + \frac{\beta}{\alpha}h, \eta_i + \frac{\beta}{\alpha}hf(x_i, \eta_i)\right) \right] \\ \eta_0 = y_0 \end{cases}$$

dire per quale valore dei parametri risulta convergente e per quali valori risulta del secondo ordine. Dire inoltre se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{i+1} = \frac{1}{3}\eta_i + \frac{2}{3}\eta_{i-1} + 5hf(x_{i-2}, \eta_{i-2}).$$

Esercizio 5 (22/02/2011 esercizio 2)

Eeguire i primi due passi del metodo di Eulero – Cauchy applicato alla risoluzione del seguente problema

$$\begin{cases} y_1' = -y_1 + y_1 y_2 \\ y_2' = \frac{1}{4} y_2 - y_1 y_2 \\ y_1(0) = 2, y_2(0) = 1 \end{cases}$$

utilizzando il passo $h = 1/2$.

Esercizio 6 (10/01/2014 compito 2 esercizio 5 seconda parte)

Stabilire, al variare di $\gamma \in \mathfrak{R}$, se il seguente metodo multistep è stabile

$$\eta_{k+1} = 2\delta\eta_k - (1 + \delta^2)\eta_{k-1} + h[f(x_k, \eta_k) - f(x_{k-1}, \eta_{k-1})].$$