

Esercitazione 14 di Matematica Applicata

Laura Marcias – laura_marcias@tiscali.it

15 Febbraio 2016

Esercizio 1 (14/01/2016 esercizio 1 compito 1 seconda prova)

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1/\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 3\beta & -\beta \\ 0 & -\beta & 2\beta \end{bmatrix}$$

dove α e β sono due parametri reali. Si stabilisca per quali valori del parametro α la matrice A è invertibile e per quali la matrice A è definita positiva. Si calcoli per quali valori di β B è la matrice inversa di A . Fissato, quindi un tale valore si determini al variare di α il condizionamento di A con indice 1, 2, ∞ .

Esercizio 2 (14/01/2016 esercizio 2 compito 2 seconda prova)

Si calcoli la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice dei coefficienti del sistema

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

e la si usi per risolvere il sistema e calcolare il determinante della matrice.

Esercizio 3 (14/01/2016 esercizio 5 compito 2 seconda prova)

Si classifichino i seguenti metodi alle differenze finite e se ne studi la stabilità

$$\text{a) } \eta_{k+1} = \eta_k + \frac{\gamma}{3} h \left[f(x_k, \eta_k) + \frac{\gamma}{2} f\left(x_k + \frac{h}{\delta}, \eta_k + \frac{h}{\delta} f(x_k, \eta_k)\right) \right] \quad \gamma, \delta \in \mathfrak{R}$$

$$\text{b) } \eta_{k+1} = 2\eta_k - 3\eta_{k-1} + 2hf(x_k, \eta_k)$$

S determini, inoltre, se sono convergenti e, in caso affermativo, il relativo ordine.

Esercizio 4 (14/01/2016 esercizio 4 compito 1)

Esegui i seguenti calcoli:

$$\Im \left\{ \frac{1}{5 - 2i(x+3)} \right\}, \quad \Im \left\{ (3x-5)H(-x)e^{2x} \right\}$$

Esercizio 5 (14/01/2016 esercizio 5 compito 1)

Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, la seguente equazione differenziale

$$y'' + y' - 6y = \delta(x-3) \quad , \quad x \in \mathfrak{R}$$

dove $\delta(x)$ indica la delta di Dirac.