

Esercitazione 9 di Matematica Applicata

Laura Marcias – laura_marcias@tiscali.it

02 Dicembre 2015

Esercizio 1 (15/01/2015 esercizio 1 compito 2)

Si considerino le seguenti matrici

$$Q = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = QR.$$

Si dimostri che Q è ortogonale e si calcoli il suo numero di condizionamento in norma 1, 2 e ∞ . Si dica, motivando la risposta, se R è invertibile e se è definita positiva. Si risolva, nel modo più conveniente, il sistema $Ax = b$ con $b = [1 \ 1 \ 1]^T$.

Esercizio 2 (02/02/2015 esercizio 1 recupero seconda prova)

Si considerino le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \beta & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1/2 & -\beta/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1/4 & -\beta/8 & 1/4 \end{bmatrix}$$

dove β è un parametro reale. Si dica per quali valori di β la matrice A è invertibile, per quali è definita positiva e per quali valori di β la matrice B è l'inversa di A . Si calcoli, infine, al variare di β l'indice di condizionamento di A con indice 1 e ∞ .

Esercizio 3 (31/01/2014 esercizio 1)

Assegnate le matrici

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 2 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ -b & b & 0 & 0 \\ b & -1 & b & 0 \\ -b & -a & a & b \end{bmatrix},$$

determinare i valori dei parametri a e b che rendono la matrice M l'inversa di L . Dopo aver sostituito i valori di a e b trovati, calcolare il condizionamento rispetto alle norme con indice 1 e ∞ delle matrici L , M e $A = L^T L$. Dire infine quali sono gli autovalori di L e L^3 e, posti $a = 1$ e $b = 0$, calcolare $\|M\|_2$.

Esercizio 4 (10/01/2012 esercizio 3)

Calcolare il numero di condizione rispetto alle norme con indice 1, 2 e ∞ della

matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ a & 3 & a \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, dopo aver posto $a = 0$.