

Tutorato Matematica Applicata

Docente: Prof. Giuseppe Rodriguez

Tutor: Marco Ratto

Anno Accademico: 2022-2023

Esercitazione 5 (14 Novembre 2022)

1. Si considerino le matrici $A = \mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^T + \mathbf{v}_2\mathbf{v}_2^T$ e $B = \mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^T + \mathbf{v}_3\mathbf{v}_3^T$, dove

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Si dica se le matrici A e B sono singolari e si determinino spettro e raggio spettrale di A . Si considerino poi le seguenti matrici:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3\alpha & -\alpha \end{bmatrix},$$

dove α è un parametro reale. Si dica qual è il valore di α che rende D l'inversa di C e si calcoli in modo efficiente l'inversa di $E = C^T C$.

2. (Recupero prima prova intermedia - 31 gennaio 2017 - Esercizio 1)
Calcolare le norme 1, 2, ∞ dei seguenti vettori

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

e ortonormalizzarli mediante il procedimento di Gram-Schmidt.

3. Risolvere, ricorrendo alla trasformata di Fourier, l'equazione differenziale

$$3y'' - y = H(x+3) - H(x+1),$$

dove $x \in \mathbb{R}$ e $H(x)$ denota la funzione di Heaviside.

4. Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione nell'intervallo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{\pi}{2} \leq x < -\frac{1}{2}, \\ \cos(\pi x) + 1 & -\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}, \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$