

Tutorato Matematica Applicata

Docente: Prof. Giuseppe Rodriguez
Tutor: Marco Ratto

Anno Accademico: 2022-2023

Esercitazione 2B (27 Ottobre 2022)

1. (Recupero prima prova intermedia - 25 gennaio 2018 - Compito 1 - Esercizio 2)

Si consideri il vettore $\mathbf{w} = [\alpha, 0, 1]^T$ dove α è un parametro reale. Si calcoli al variare del parametro α la norma ∞ di \mathbf{w} , e si dica qual è quell'unico valore di α che rende \mathbf{w} un vettore unitario in norma 1 e 2. Si costruisca la matrice $A = I - 2\mathbf{w}\mathbf{w}^T$ e si dica per quali valori di α la matrice è singolare. Fissato il valore $\alpha = 2$ si determini lo spettro e raggio spettrale della matrice.

Soluzione:

•

$$\|\mathbf{w}\|_{\infty} = \begin{cases} 1, & \text{se } -1 \leq \alpha < 1 \\ |\alpha| & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- $\|\mathbf{w}\|_1 = \|\mathbf{w}\|_2 = 1$ quando $\alpha = 0$
- A non è mai singolare
- $\sigma(A) = \{1, 1, -9\}$, $\rho(A) = 9$

2. Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & -\pi \leq x < 0 \\ x & 0 \leq x < \pi. \end{cases}$$

Soluzione:

- $a_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi}$
- $a_1 = -\frac{2}{\pi}$
- $a_k = -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1+(-1)^k}{1+k} + \frac{1+(-1)^k}{1-k} \right] + \frac{(-1)^k - 1}{k^2\pi}$, ($k \neq 1$)

- $b_1 = \frac{3}{2}$

- $b_k = \frac{(-1)^{k+1}}{k}, \quad (k \neq 1)$

- $$S_f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} - \frac{2}{\pi} \cos(x) + \frac{3}{2} \sin(x) + \sum_{k=2}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1+(-1)^k}{1+k} + \frac{1+(-1)^k}{1-k} \right] + \frac{(-1)^k - 1}{k^2 \pi} \right) \cos(kx) + \frac{(-1)^{k+1}}{k} \sin(kx) \right\}$$