

TUTORATO DELLE LEZIONI DI  
**MATEMATICA APPLICATA**

A.A. 2016/2017

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT.SSA PATRICIA DÍAZ DE ALBA

*Esercitazione del 14/10/2016*

*Trasformate di Fourier*

**Esercizio 1** Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \leq x \leq -1 \\ x^2, & -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

*Soluzione:*

$$S_f(x) = \frac{2}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ -\frac{16}{k^3 \pi^3} \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) \right] \cos\left(\frac{k\pi}{2}x\right).$$

**Esercizio 2** Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

*Soluzione:*

$$\begin{aligned} S_f(x) &= \left[ -\frac{\pi}{4} + \frac{1}{\pi} \right] + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{k^2 \pi} [1 - (-1)^k] - \frac{(-1)^{k+1}}{2\pi(1+k)} + \frac{1}{2\pi(1+k)} - \frac{(-1)^{k+1}}{2\pi(1-k)} + \frac{1}{2\pi(1-k)} \right] \cos(kx) + \\ &+ \left[ \frac{1}{k} (-1)^k \right] \sin(kx). \end{aligned}$$

**Esercizio 3** Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)H(x-2), & -3 \leq x \leq 3 \\ f(x+6), & \text{altrove} \end{cases}$$

*Soluzione:*

$$\begin{aligned} S_f(x) &= \frac{1}{24} + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{-3}{k^2\pi^2} \left( -(-1)^k + \cos\left(\frac{2k\pi}{3}\right) \right) \right] \cos\left(\frac{k\pi}{3}x\right) + \\ &+ \left[ \frac{(-1)^k}{k\pi} + \frac{3}{k^2\pi^2} \sin\left(\frac{2k\pi}{3}\right) \right] \sin\left(\frac{k\pi}{3}x\right). \end{aligned}$$

**Esercizio 4** Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \\ 2, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

*Soluzione:*

$$S_f(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{2}{k\pi} ((-1)^k + 1) \right] \sin(2k\pi x).$$