

**TUTORATO DELLE LEZIONI DI
MATEMATICA APPLICATA**

A.A. 2018/2019

DOCENTE: DOTT.SSA LUISA FERMO

TUTOR: DOTT.SSA PATRICIA DÍAZ DE ALBA

Esercitazione del 19/10/2018

Serie di Fourier

Esercizio 1 Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{\pi}(x + \frac{\pi}{2}), & x \in [-\frac{\pi}{2}, 0], \\ \sin(x), & x \in [0, \frac{\pi}{2}], \end{cases}$$

Soluzione:

$$S_f(x) = \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{k^2\pi^2}(-1 + (-1)^k) + \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{1+2k} + \frac{1}{1-2k} \right) \right] \cos(2kx) + \left[\frac{1}{k\pi} + \frac{(-1)^k}{\pi} \left(\frac{1}{1-2k} - \frac{1}{1+2k} \right) \right] \sin(2kx).$$

Esercizio 2 Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -6, & -4 \leq x < -2 \\ 3x, & -2 \leq x < 2 \\ 6, & 2 \leq x < 4 \\ f(x+8) & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Calcolare, inoltre, $f(2)$.

Soluzione:

$$S_f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{12}{k\pi} \left((-1)^{k+1} + \frac{2}{k\pi} \sin\left(k\frac{\pi}{2}\right) \right) \right] \sin\left(k\frac{\pi}{4}x\right).$$

$f(2) = 6.$

Esercizio 3 Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 4, & -3 \leq x < -2 \\ -2x, & -2 \leq x < 0 \\ 2x, & 0 \leq x < 2 \\ 4, & 2 \leq x < 3 \\ f(x+6) & x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Soluzione:

$$S_f(x) = \frac{8}{3} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[-\frac{12}{k^2\pi^2} \left(1 - \cos\left(k\frac{2\pi}{3}\right) \right) \right] \cos\left(k\frac{\pi}{3}x\right).$$