Tutorato di Calcolo Scientifico e Metodi Numerici

Corso di Laurea Triennale in Informatica

Esercitazione 3 (26/03/2021)

1. Si indichino autovalori, raggio spettrale e determinante della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

2. Date le seguenti matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma & -\gamma \\ 0 & 1 & \gamma \\ \gamma & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

dove γ è un parametro reale. Si determinino i valori di γ che rendono C una matrice non singolare. Si consideri poi la matrice $D = A + C$ e si stabilisca per quali valori del parametro la matrice D è ortogonale. Fissato tale valore, si calcolino spettro e raggio spettrale di D. Motivando opportunamente la risposta, si indichino spettro e raggio spettrale di D^{-1}.

3. Si considerino le matrici

$$U = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & \gamma & -\gamma \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4\delta & 0 & 2\delta \\ \delta & 1/2 & -2\delta \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

dove γ e δ sono parametri reali. Si dica, senza fare calcoli e motivando opportunamente la risposta, per quali valori di γ la matrice U è invertibile e per quali i suoi autovalori sono tutti positivi. Si determini il valore di δ che rende B la matrice inversa di A, si calcoli la norma 1 e ∞ di A e il suo raggio spettrale (tenendo conto che uno degli autovalori di A è 2).

4. Si considerino le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2\alpha & -1 & 0 \\ -1 & 2\alpha & -1 \\ 0 & -1 & 2\alpha \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3/4 & \beta & 1/4 \\ \beta & 1 & \beta \\ 1/4 & \beta & 3/4 \end{bmatrix}, \quad Q = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Determinare i valori di α per cui la matrice A è singolare e per quali è definita positiva. Fissato $\alpha = 1$, si determinino i valori di β che rendono B inversa di A, e si calcoli la norma 1, 2 e ∞ di A. Infine, si verifichi che Q è ortogonale.