

# Lezione 5

11/10/24

FUNZIONI: ESEMPI NOTEVOLI

Sia  $A$  insieme  $id_A: A \rightarrow A$  funzione IDENTITÀ  
 $a \mapsto a$

PER ESERCIZIO dimostrare:

Sia  $f: A \rightarrow B$  funzione invertibile

$$f(f^{-1}(b)) = b, \quad f^{-1}(f(a)) = a \quad \forall a \in A, \forall b \in B$$

Siano  $A, B$  insiemi

$c: A \rightarrow B$  scelto  $b \in B$   
(per ogni)  $a \mapsto b$

FUNZIONE COSTANTE

$$f(a) = b$$



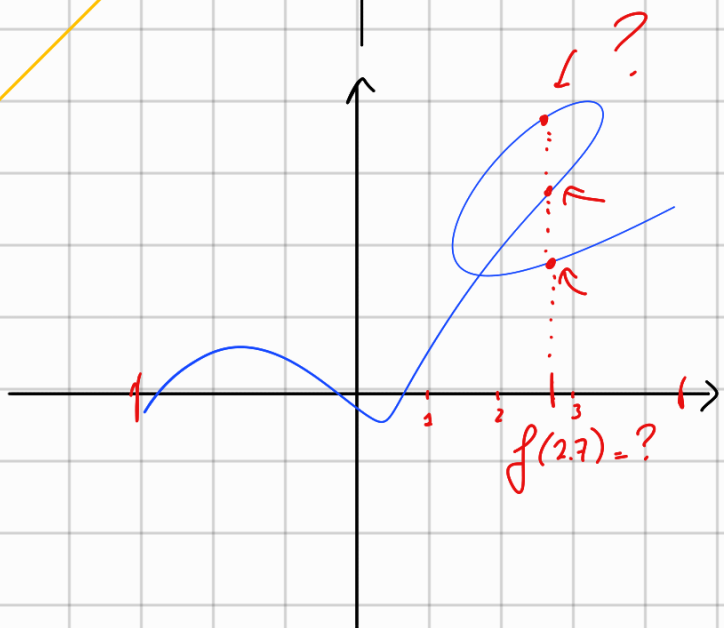
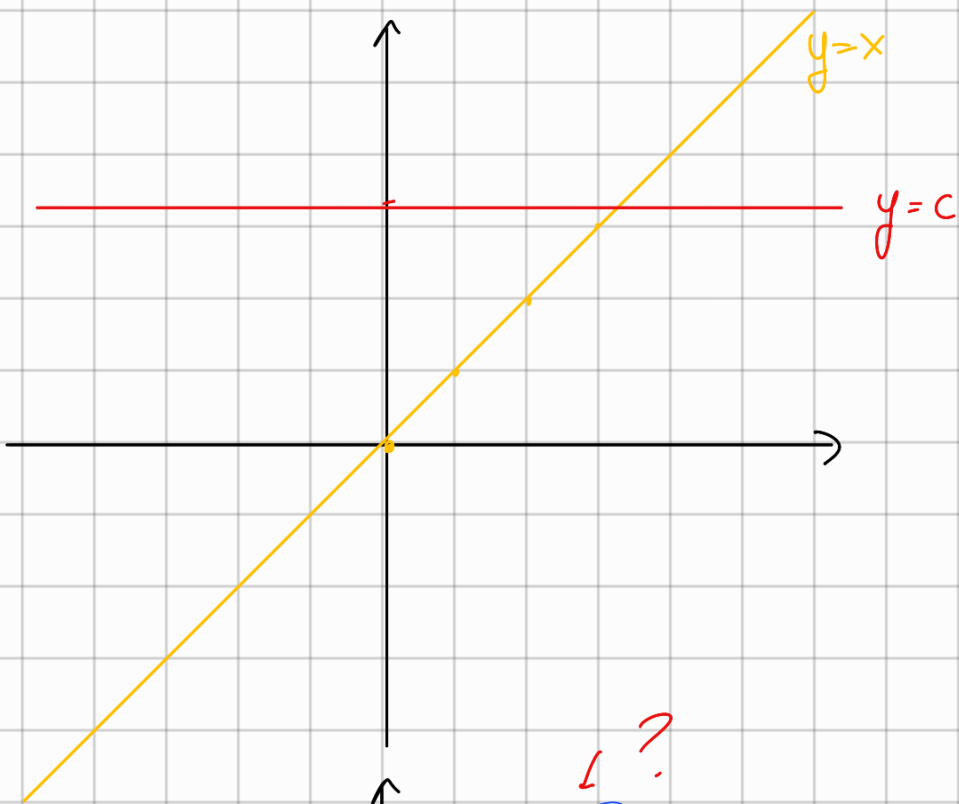
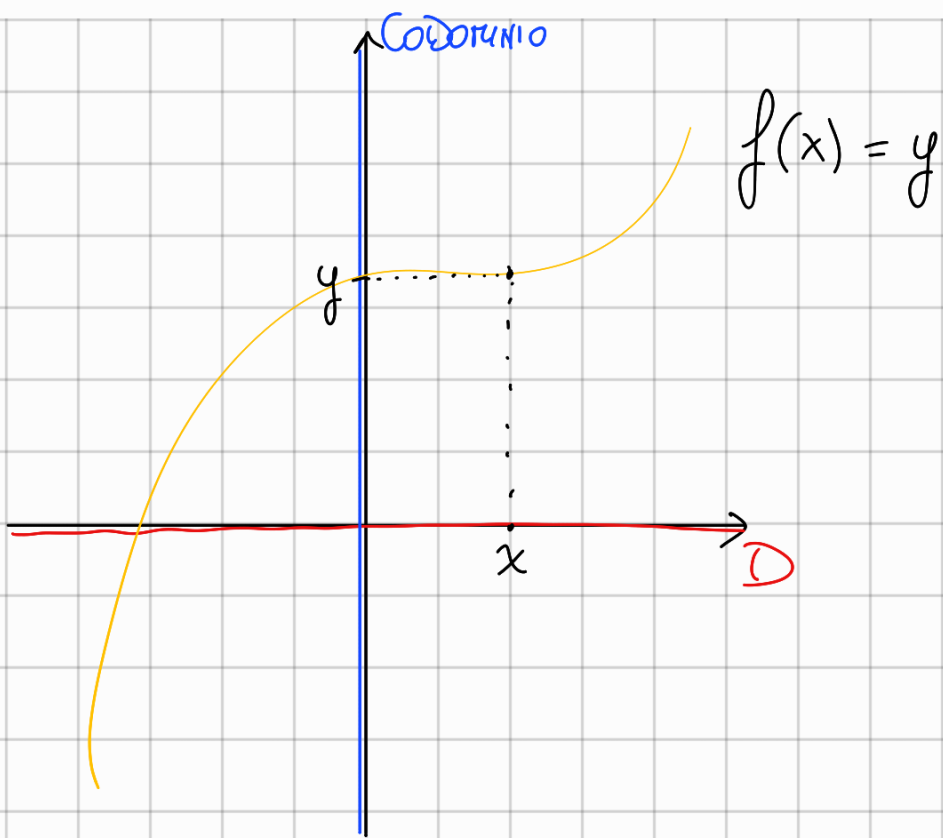
$a$  varia in  $A$   
 $b$  è fissato

## FUNZIONI REALI DI VARIABILE REALE

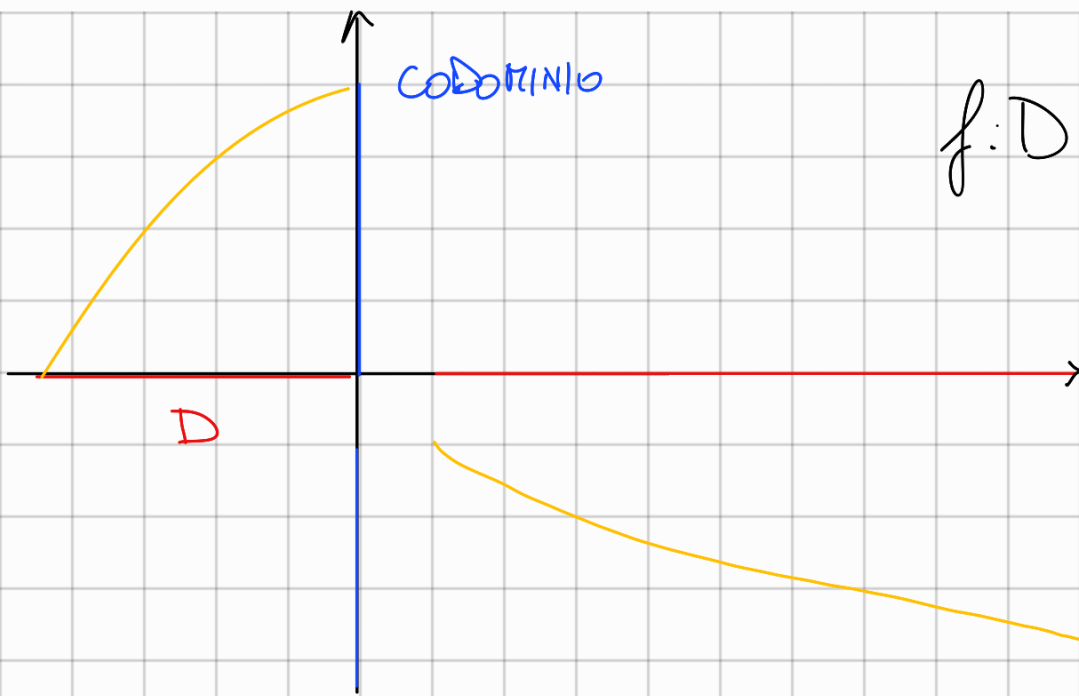
Sia  $D \subseteq \mathbb{R}$  dominio  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  è detta funzione reale (perché  $f(x) \in \mathbb{R}$ ) di variabile reale (perché  $x \in \mathbb{R}$ ).

$$id: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x$$

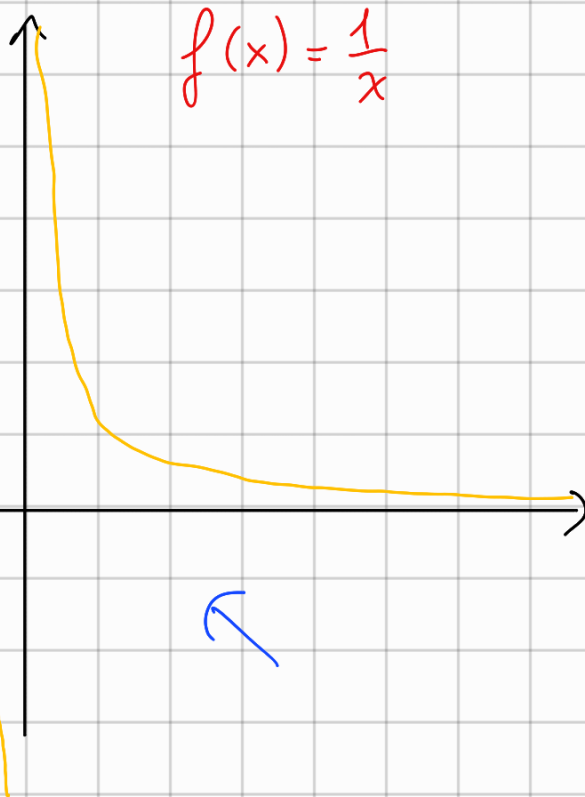
$$c: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto c \in \mathbb{R}$$



NON È UNA FUNZIONE



$$f: D \rightarrow C \subseteq \mathbb{R}$$



$$f(x) = \frac{1}{x}$$

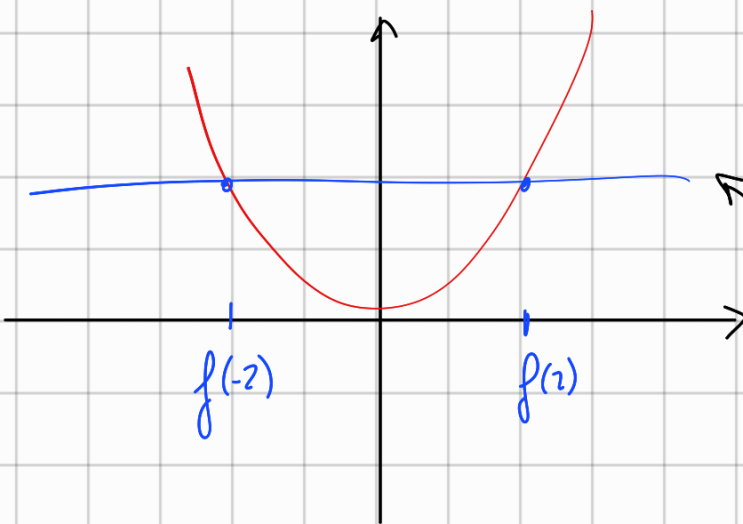
$$f: \overbrace{\mathbb{R} \setminus \{0\}}^D \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

NON È SURIETTIVA

$$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

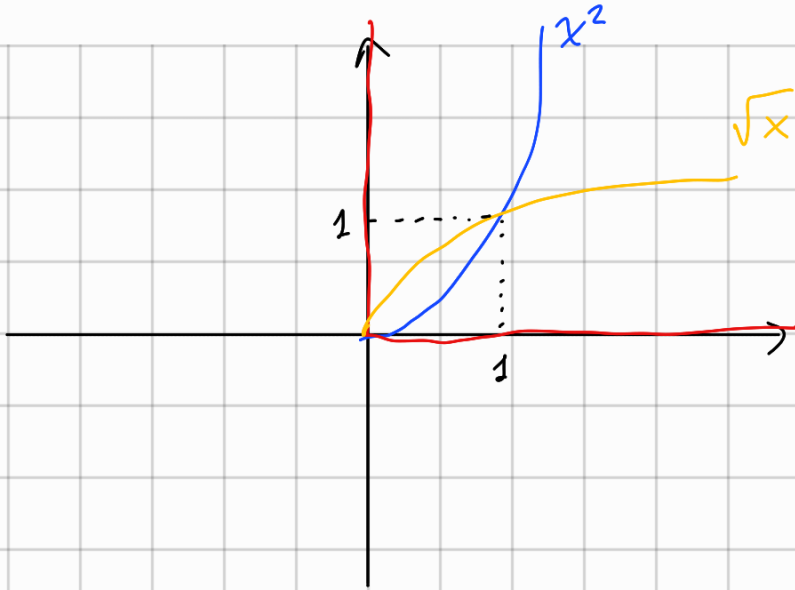
È SURIETTIVA  
(È ANCHE INIETTIVA)



$$f(x) = x^2$$

$$f(2) = f(-2) = 4$$

NON È INIETTIVA



$$D$$

$$\cdot^2: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$

$$x \mapsto x^2$$

$$\sqrt{\cdot}: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$$

$$x \mapsto \sqrt{x}$$

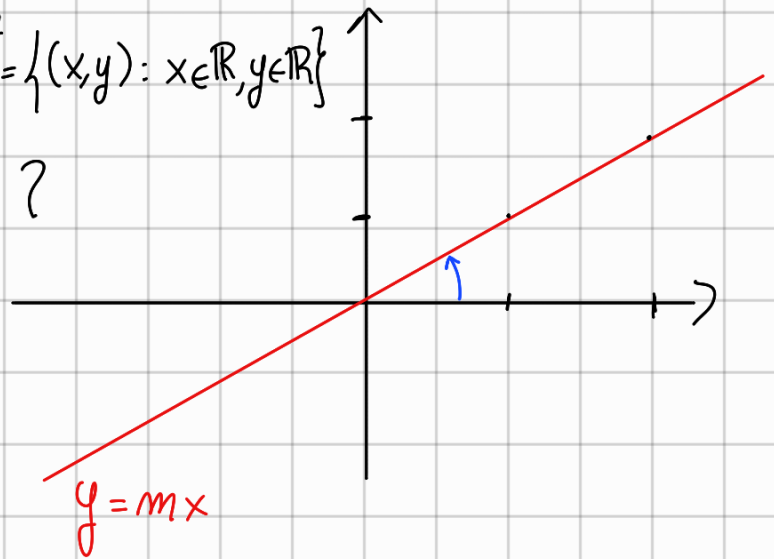
SIA  $P=(x,y)$  PUNTO di:  $\mathbb{R}^2 = \{(x,y) : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$

COME SI SCRIVE UNA RETTA?

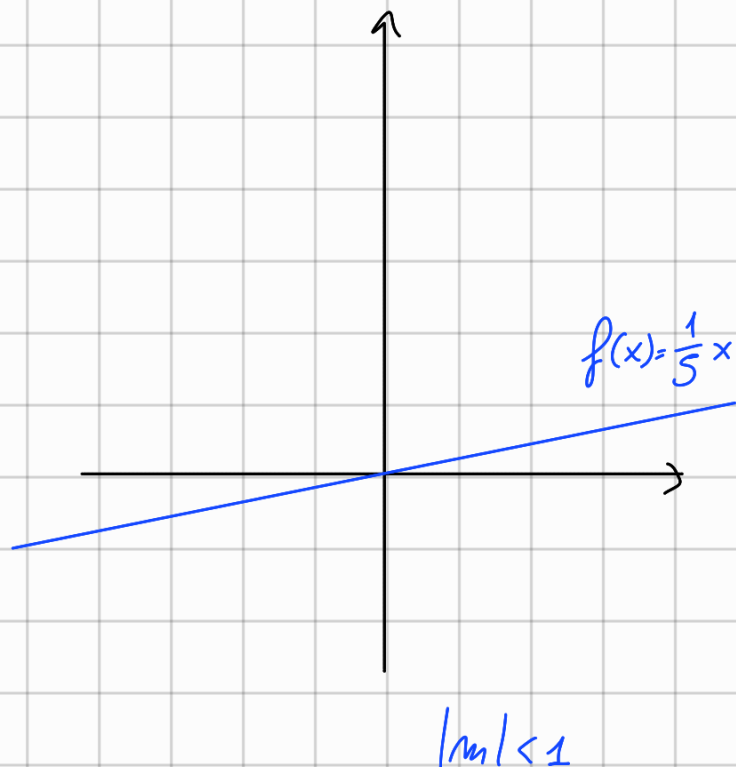
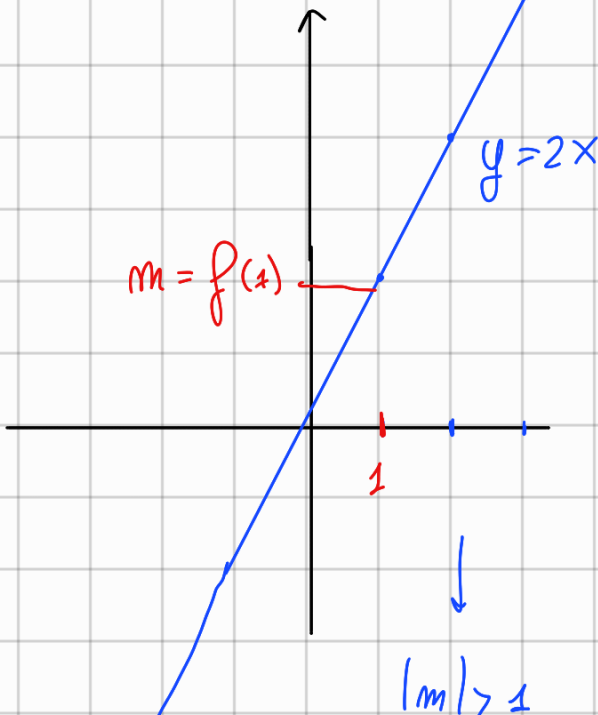
SE PASSA PER L'ORIGINE

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto mx \quad m \in \mathbb{R}$$



$m$  : COEFFICIENTE ANGOLARE



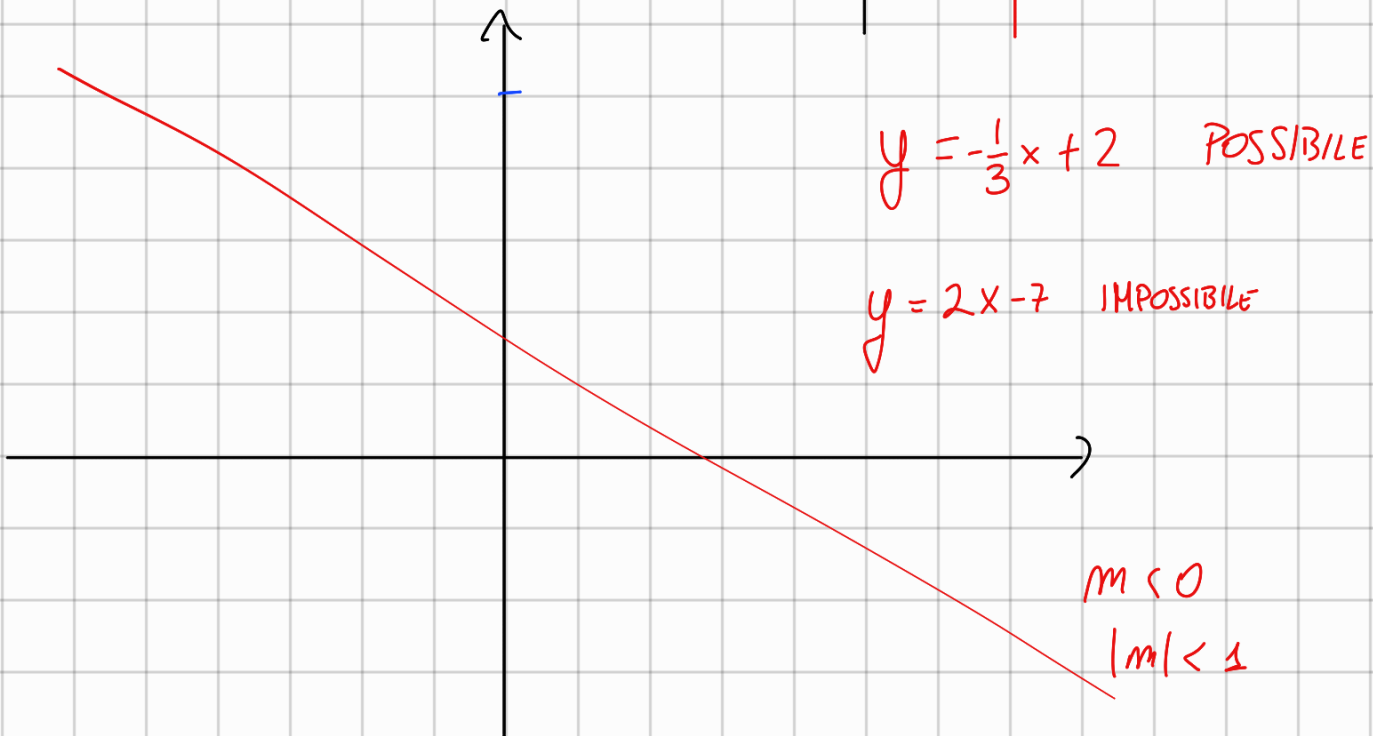
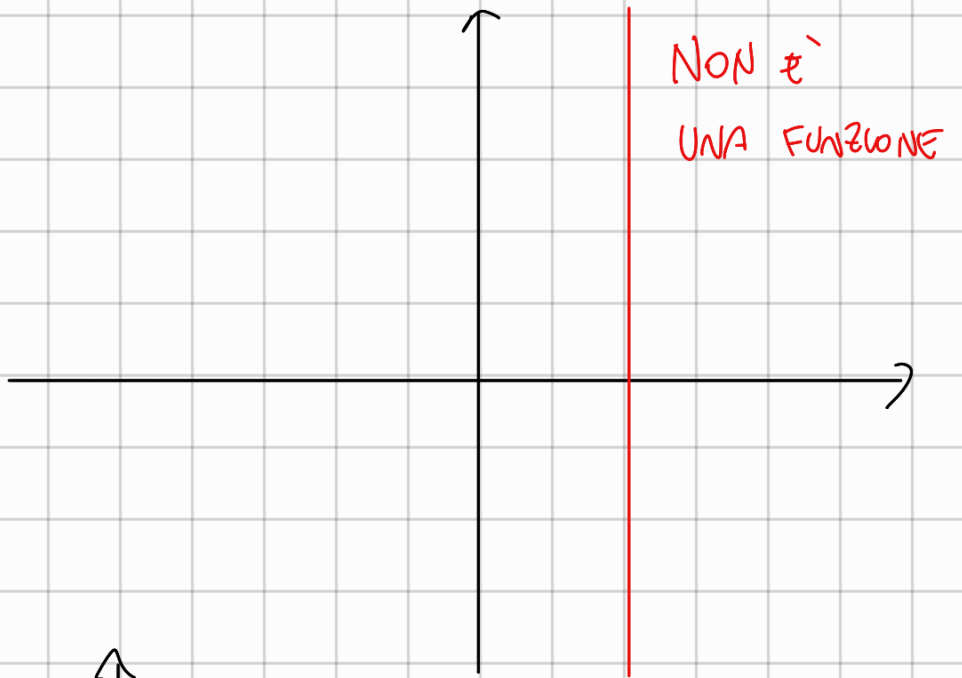
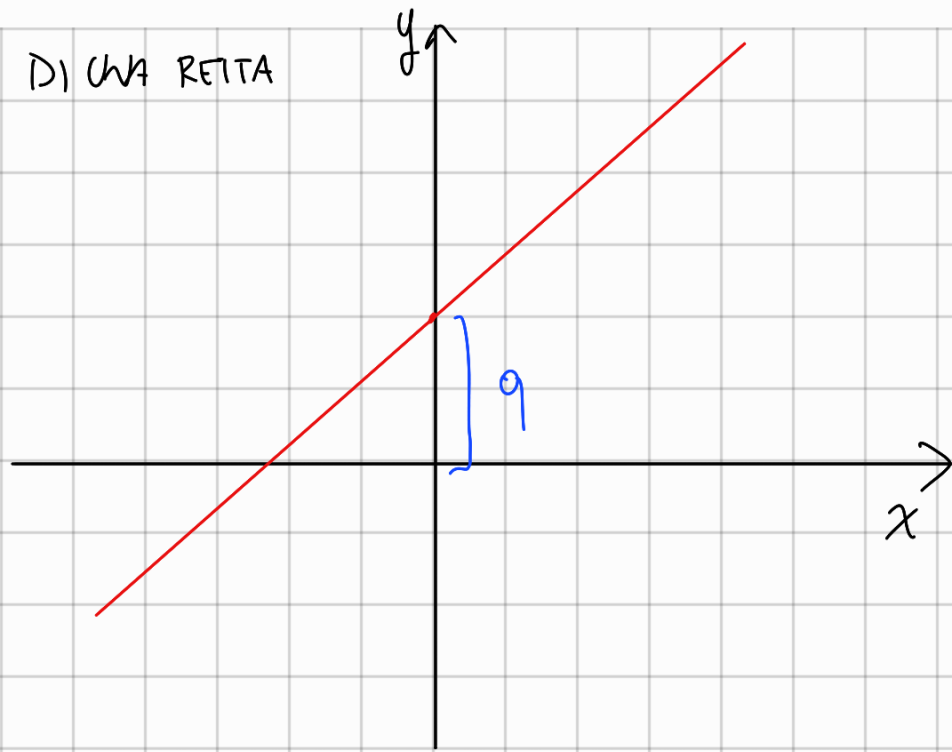
# EQUAZIONE (ESPLICITA) DI UNA RETTA

$$g = mx + q$$

$$m = f'(1) - q$$

q si dice

INTERCETTA



ESEMPIO  $y = mx + q$

Sono in macchina, viaggio a 60 Km/h

Dopo 10 minuti quanti Km ho percorso?

$t$ : tempo (ore)      VARIABILE

$f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$       a ogni istante  $t$  mi dice quanti  
 $t \mapsto 60t$       Km ho percorso fino a quel momento

$$10 \text{ min} = 10 \cancel{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \cancel{\text{min}}} = \frac{10}{60} \text{ h} = \frac{1}{6} \text{ h}$$

QUANTO VALE  $f\left(\frac{1}{6}\right)$ ?       $f\left(\frac{1}{6}\right) = \cancel{60} \cdot \frac{1}{\cancel{6}} = 10 \text{ Km}$

Ho percorso 10 Km

DEFINIZIONE

Funzione VALORE ASSOLUTO

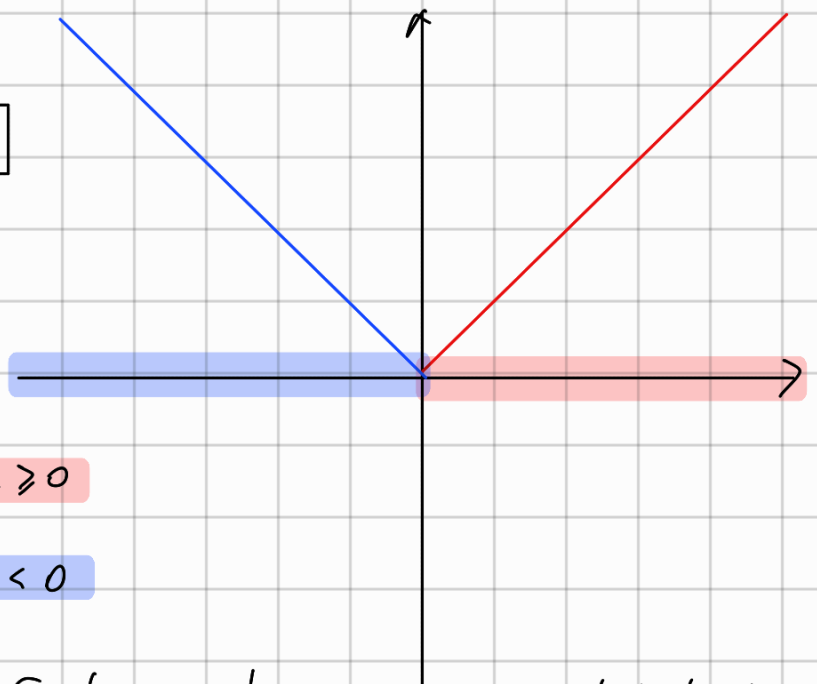
AD OGNI NUMERO ASSOCIA  
 SE' STESSO 'SENZA IL SEGNO'  
 COL SEGNO POSITIVO

$$|\cdot| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \begin{cases} x & \text{SE } x \geq 0 \\ -x & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

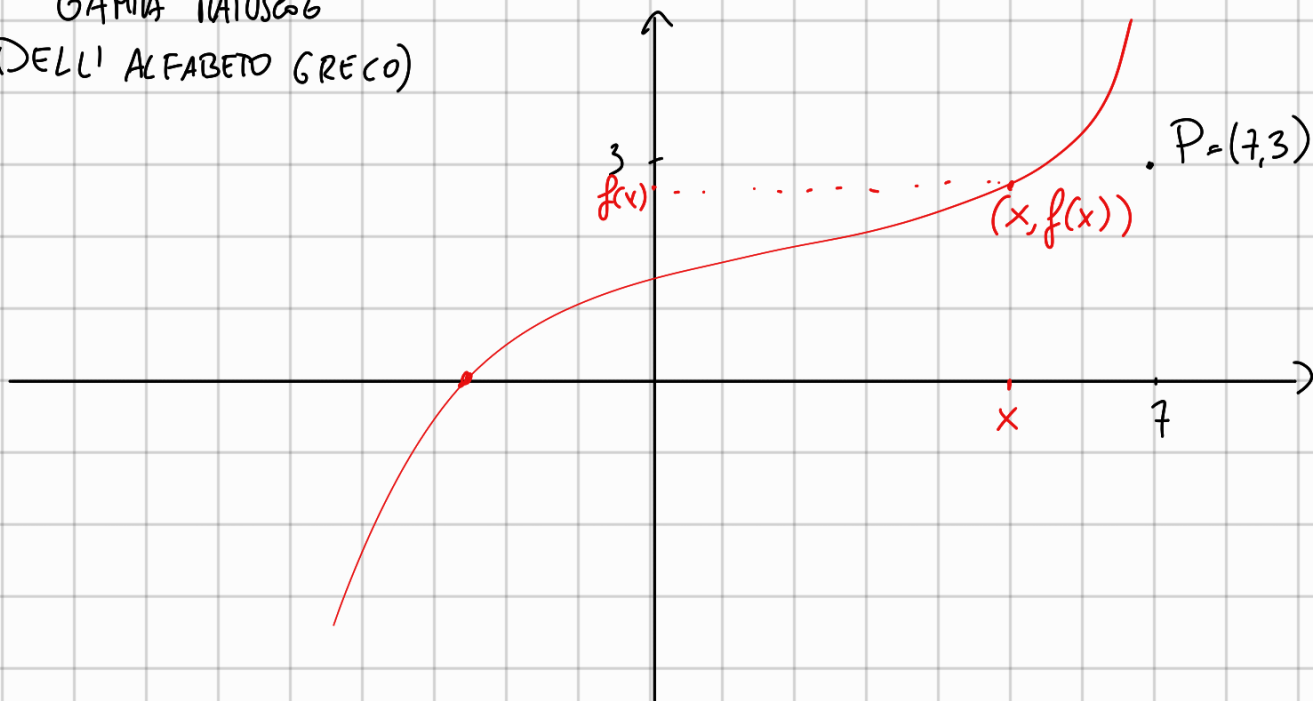
$$|-5| = 5 = -(-5)$$

Ci dice quanto un numero è distante da 0



DEFINIZIONE ( $\in \mathbb{R}$ )  
Sia  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  FUNZIONE

$\Gamma f = \{ (x, f(x)) \in \mathbb{R} : x \in D \}$   
GAMMA MAIUSCOLO  
(DELL' ALFABETO GRECO)



## RISOLUZIONE DI EQUAZIONI

Se io chiedo per quali valori di  $x$   $f(x) = 0$  ?

ESEMPIO:

$$f(x) = 3x - 6 \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$3x - 6 = 0$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\}$$

↑ INSIEME DELLE SOLUZIONI

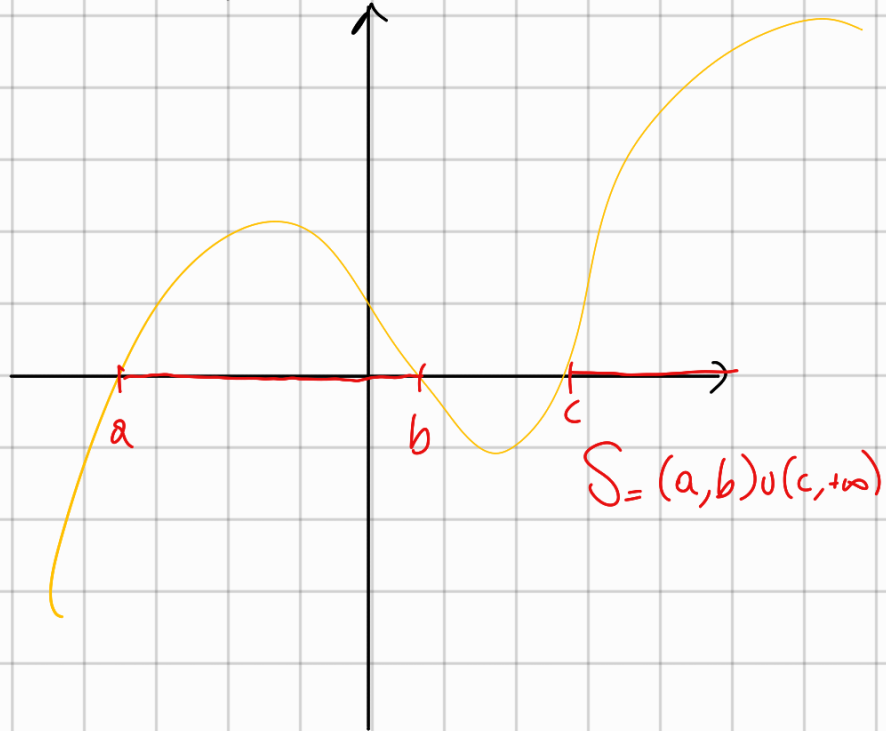
$$S = \{ x \in D : f(x) = 0 \}$$

QUANDO LA "RISPOSTA"  $f(x) > 0$

$\downarrow$   
 $(\geq), (<), (\leq)$

$$S = \{x \in D : f(x) > 0\}$$

DISEQUAZIONI



## EQUAZIONI E DISEQUAZIONI DI II GRADO

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

SE  $\Delta > 0$  2 SOLUZIONI

$\Delta = 0$  1 SOLUZIONE

$\Delta < 0$  0 SOLUZIONI

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

ESEMPIO :

$$y = x^2 \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\Delta = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 0^2 - 0 = 0$$

$$x_n = \frac{-0 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = 0$$