Esame di Matematica e Statistica Scritto del 09/04/2024

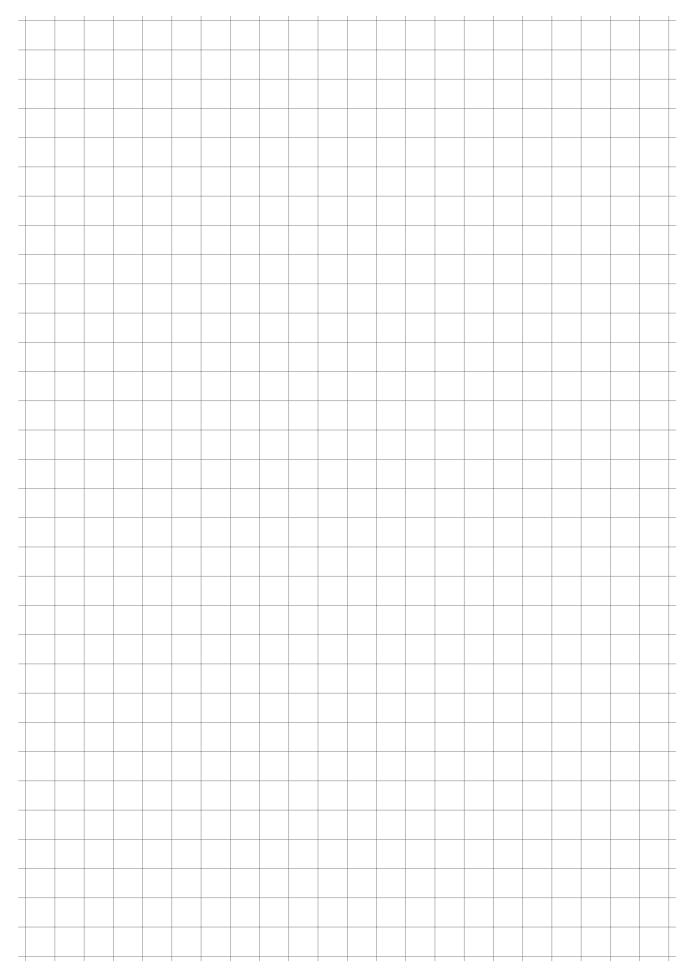
Esercizio 1 (Studio di funzione).

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x+2}{e^{2x+3}}$$

- a. Studiare tutte le caratteristiche principali (compresi il segno della derivata seconda e punti di flesso) e disegnarne il grafico approssimato. [9 punti]
- b. Calcolare la derivata nel punto $x_0 = -1$. Visto il valore trovato cosa possiamo dire della funzione in questo punto? [2 punti]
- c. Dare la definizione di funzione derivabile in un punto x_0 e indicare un'esempio di funzione che non soddisfa tale definizione. [1 punto]



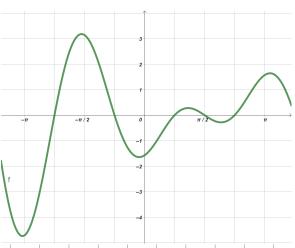


Esercizio 2 (Integrali).

Data la funzione rappresentata in figura

$$f(x) = \left(x - \frac{\pi}{2}\right)\cos(2x)$$

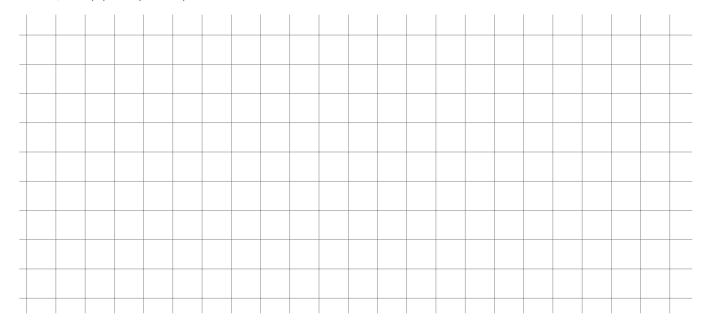
- a. Calcolarne le primitive. [5 punti]
- b. Calcolare l'integrale definito nell'intervallo $[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}].$ [2 punti]
- c. Evidenziare nel grafico a cosa corrisponde il valore trovato al punto b. [1 punto]





Esercizio 3 (Ottimizzazione). [4 punti]

Il volume di una scatola di cartone, ottenuta a partire da un cartone da cui vengono tolti 4 quadratini di lato x, è $V(x) = x(1-2x)^2$. Calcolare il valore x che massimizza V.



Esercizio 4 (Statistica). La seguente tabella riporta i migliori tempi realizzati alle Olimpiadi nelle gare di nuoto maschile dei 400 metri stile libero.

OLIMPIADE (anno)	1928	1936	1948	1952	1956	1960	1968	1972	1976
TEMPO (min e s)	5'02"	4'45"	4'41"	4'31"	4'27"	4'18"	4'09"	4'00"	3'52"

- a. Determinare media, mediana e varianza della variabile TEMPO (ricordando che 1'=60"). [3 punti]
- b. Calcolare l'equazione della retta di regressione assumendo come variabile x l'anno dell'Olimpiade e come y il tempo ottenuto. Quale tempo si può presumere che verrà stabilito alle Olimpiadi del 2024? [5 punti]

