

Esame di Matematica e Statistica - Matricole DISPARI
Scritto del 21/02/2025

Nome e Cognome..... Matricola 60/57/.....

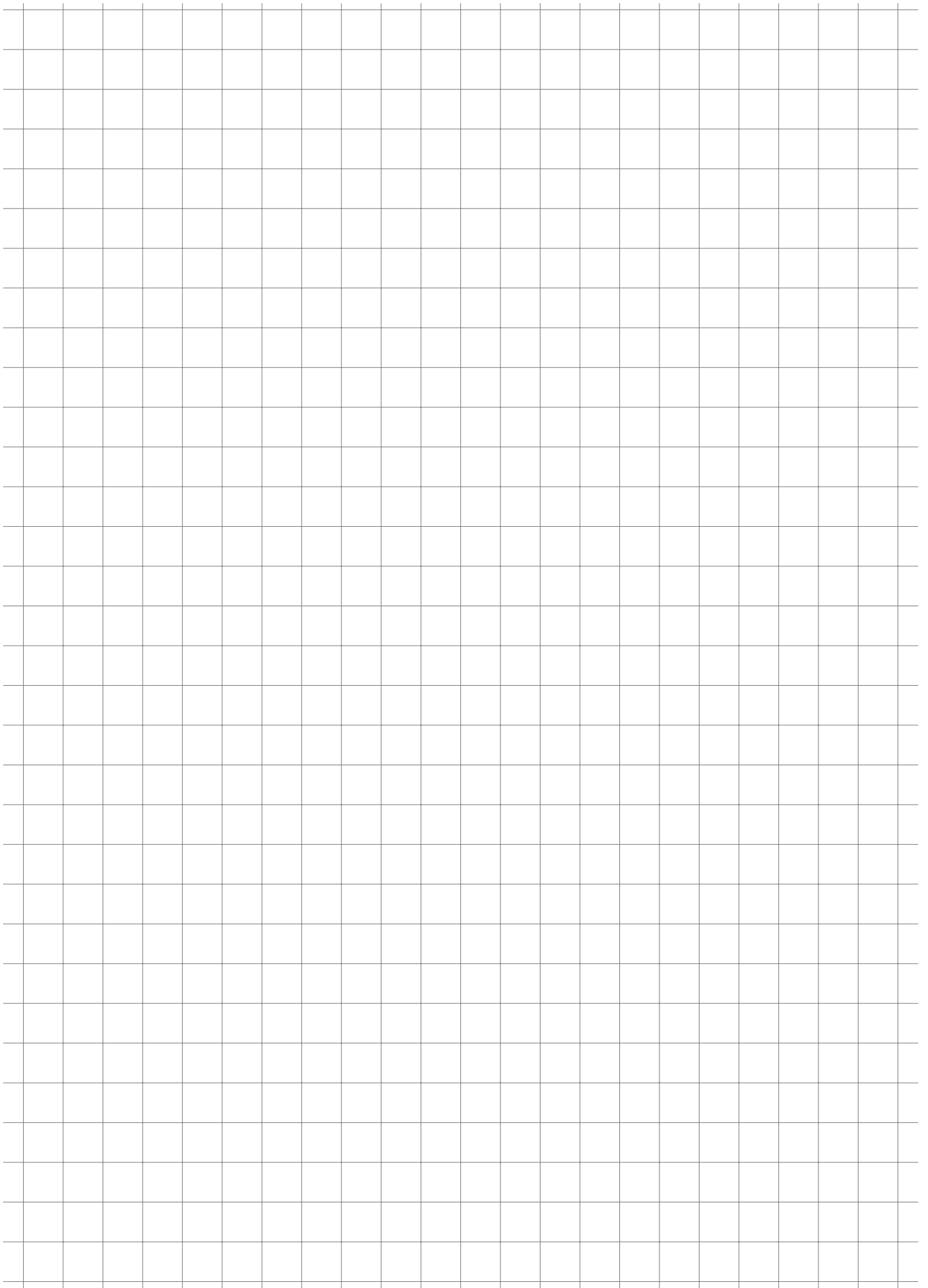
Esercizio 1 (Studio di funzione).

Si consideri la funzione

$$f(x) = 2e^{2x} - 9e^x + 4$$

- a. Studiare tutte le caratteristiche principali (compresi il segno della derivata seconda e punti di flesso) e disegnarne il grafico approssimato. [9 punti]
- b. Dare la definizione della funzione $\text{tg}(x)$ e disegnare il segmento a cui corrisponde sulla circonferenza goniometrica. Descriverne il dominio e fare un disegno approssimativo del suo andamento. [2 punti]
- c. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin(1-e^x)}{e^x - 1}$. [1 punto]



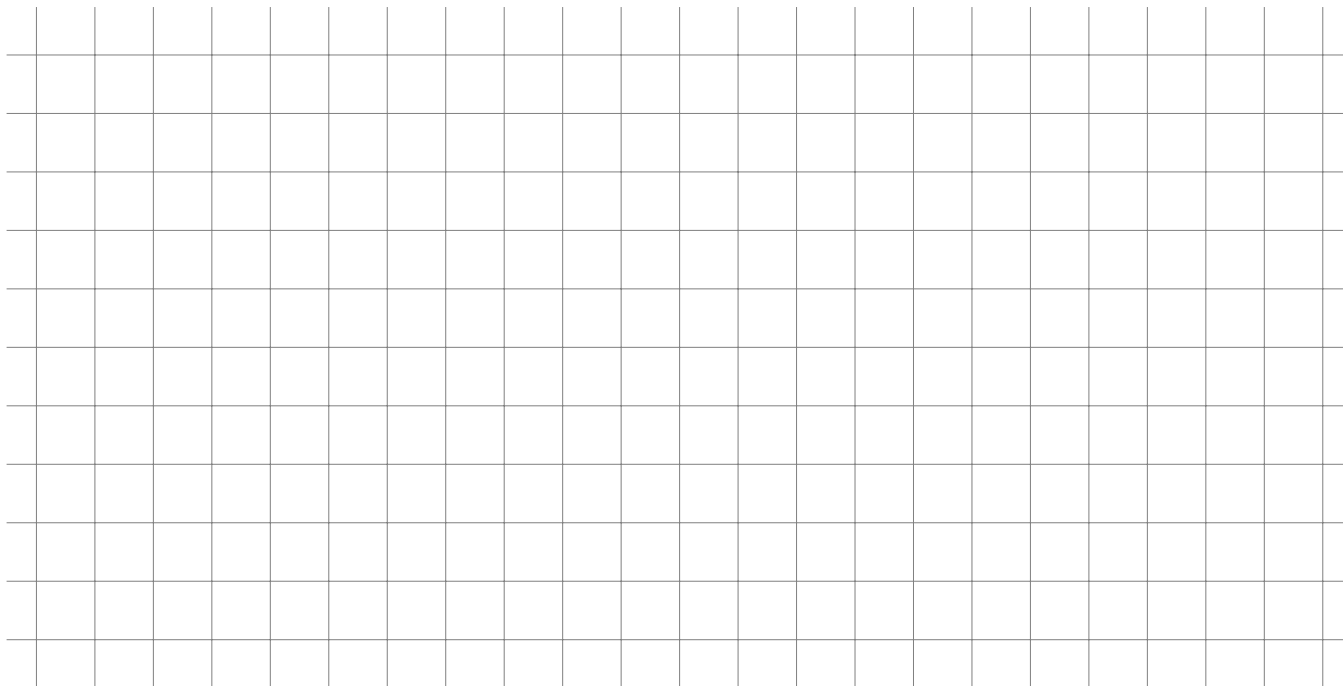


Esercizio 2 (Integrali).

Data la funzione

$$f(x) = \frac{4x - 5}{x^2 - x - 2}$$

- a. Calcolarne le primitive. [5 punti]
- b. Calcolare l'integrale definito nell'intervallo $[0, \frac{5}{4}]$. [2 punti]
- c. Data $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ funzione, cosa è una sua primitiva $F(x)$? Se conosco F , cosa posso dire di tutte le altre primitive? [1 punto]




Esercizio 3 (Ottimizzazione). [4 punti]

Un macchinario compie un ciclo che dura 4 s producendo un'energia variabile nel tempo t secondo la seguente legge:

$$E(t) = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

Considerando il primo ciclo $t \in [0, 4]$ in che istante verrà prodotto il massimo dell'energia?



Esercizio 4 (Statistica).

- a. Si consideri un gene con due cratteri: {a, A}. Sappiamo che partendo da due genitori con genotipo Aa, in assenza di altri fattori le probabilità dei genotipi dei figli sono: $e_{AA} = 0.25$, $e_{Aa} = 0.5$, $e_{aa} = 0.25$. Dopo aver inserito un gene mutato si osservano in una popolazione di 1000 individui le seguenti frequenze: $F_{AA} = 210$, $F_{Aa} = 508$, $F_{aa} = 282$. Verificare con un test appropriato se la mutazione ha modificato significativamente la distribuzione favorendo un gene più degli altri. [5 punti]
- b. Calcolare media mediana e varianza **campionaria** delle seguenti osservazioni. [3 punti]
{9.5, 15.0, 12.5, 11.0, 7.5, 10.5}

A large grid of graph paper with 20 columns and 25 rows, intended for the student to perform calculations and write answers for the exercise.