

Esame di Matematica e Statistica
Scritto del 06/09/2024

Nome e Cognome..... Matricola 60/57/.....

Esercizio 1 (Studio di funzione).

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{x-1}} - 1$$

- a. Studiare tutte le caratteristiche principali (inclusi il segno della derivata seconda e punti di flesso) e disegnarne il grafico approssimato. [9 punti]
- b. Calcolare la derivata prima nel punto $x_0 = 0$. Visto il valore trovato, cosa possiamo dire della funzione in questo punto? [2 punti]
- c. Dire per quali valori di $x \in [-\pi, \pi]$ vale la disequazione $\sin(2x) > \frac{\sqrt{3}}{2}$ [1 punto]



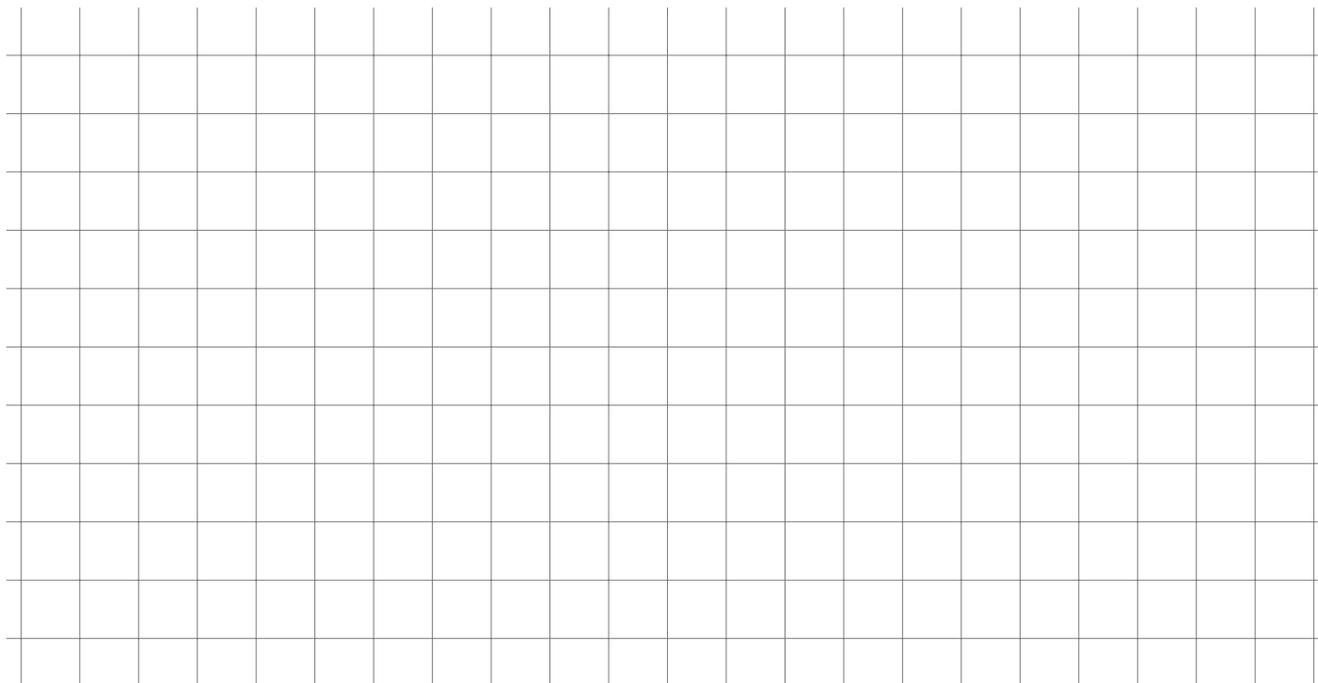


Esercizio 2 (Integrali).

Data la funzione rappresentata in figura

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$$

- a. Calcolarne le primitive. [5 punti]
- b. Calcolare l'integrale definito nell'intervallo $[-1, 0]$. [2 punti]
- c. Dire se l'integrale definito della funzione $f(x) + 2$ è maggiore, minore o uguale di quello di $f(x)$ motivando la risposta [1 punto]



Esercizio 3 (Ottimizzazione).

Una popolazione isolata viene contagiata da un agente patogeno esterno che, all'istante iniziale $t = 0$, infetta una sola persona ("paziente zero"). Supponendo che il numero di contagi segua la legge $C(t) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}e^{3t-t^2}$, calcolare l'istante t_{\max} in cui si registra il massimo di contagi. [4 punti]



Esercizio 4 (Statistica).

a. A una fiera ti viene presentato un gioco in cui bisogna estrarre da un sacco due palline gialle di fila per vincere un premio. Il mercante dice che nel sacco sono contenute 5 palline rosse, 3 blu e 2 gialle.

Osservi diverse persone giocare e dopo cento estrazioni hai contato 57 rosse, 36 blu e 7 gialle. Il mercante sta imbrogliando? Se sì, con quale livello di confidenza puoi affermarlo? [5 punti]

b. Determinare media, mediana e varianza campionaria s^2 dei seguenti numeri. [3 punti]

10.0	11.2	9.7	7.9	8.5	9.1
------	------	-----	-----	-----	-----

