

INSIEMI NUMERICI

$$\mathbb{N} = \text{numeri naturali} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \text{numeri interi} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

$$A \subseteq \mathbb{N}$$

$$\text{m.c.m.}(A) = \min \{m \in \mathbb{N} : \forall a \in A : a | m\}$$

$$\text{M.C.D.}(A) = \max \{m \in \mathbb{N} : \forall a \in A : m | a\}$$

$$A = \{3, 4, 6\}$$

$$3, 6, 9, \dots$$

$$4, 8, 12, \dots$$

$$6, 12, 18, \dots$$

$$\text{m.c.m.}(A) = \min \{12, 24, 36, \dots\}$$

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI

$$3 = 3^1$$

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2^1 \cdot 3^1$$

$$2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{M.C.D. } A = \{24, 45\} = 3$$

$$\text{div } \{24\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$\text{div } \{45\} = \{1, \dots\}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$45 = 3^2 \cdot 5$$



$\text{MCD}\{a,b\} = 1 \Rightarrow$ NON CI SONO ALTRI DIVISORI COMUNI

$\mathbb{Q} = \text{numeri razionali} = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{Z} \wedge \text{MCD}(m, n) = 1 \right\}$

$3, 2 \in \mathbb{Z} \rightarrow \frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$

$1.5 \quad \frac{2}{3} = 0,666$

$10, 8 \in \mathbb{Z} \rightarrow \frac{10}{8} = \frac{10/2}{8/2} = \frac{5}{4} \in \mathbb{Q}$

$\text{MCD}(10, 8) = 2 \neq 1$

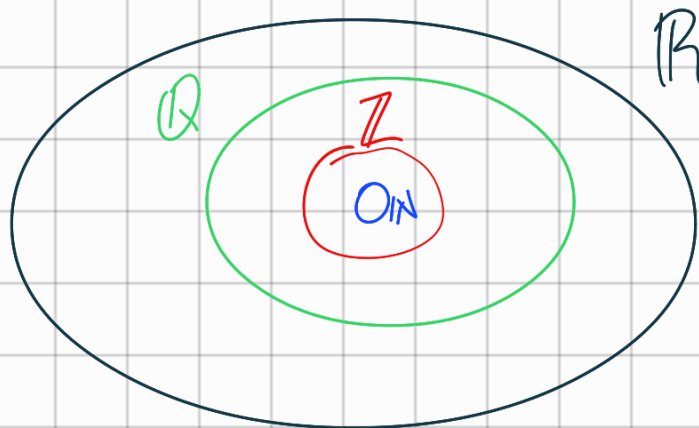
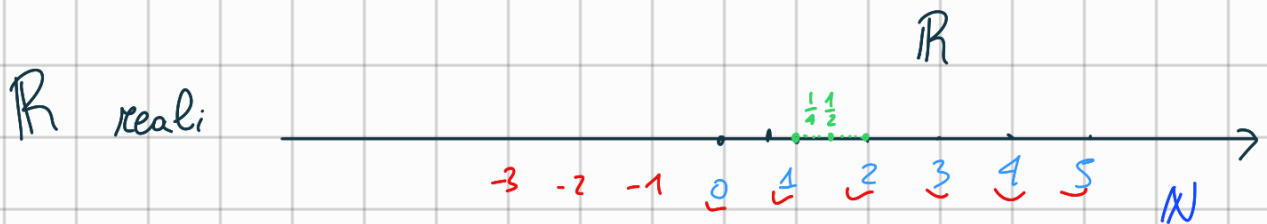


$x = \sqrt{2}$ e' quel numero che

$x^2 = 2$



$C = 2r\pi$



FUNZIONI (TRA INSIEMI)

Def 2.2.

A, B due insiem

DOMINIO

CODOMINIO

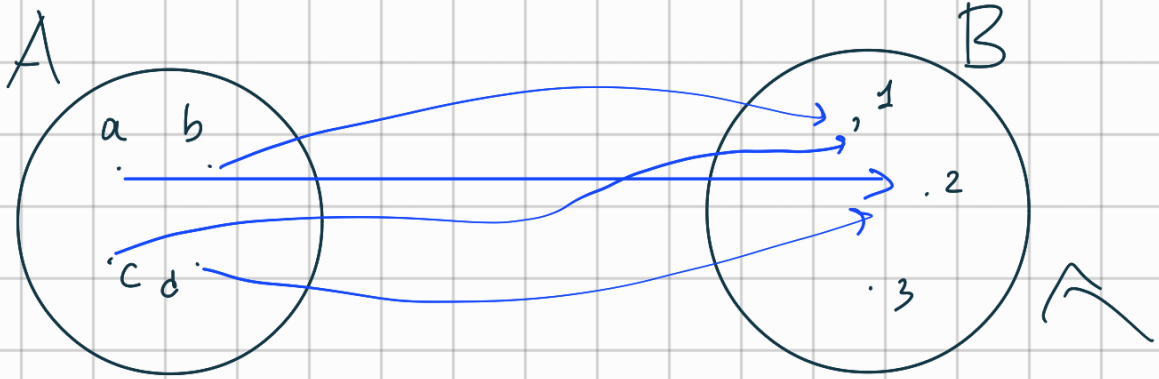
F CHE VA DA A A B

$$f(a) = b$$

Una funzione $f: A \rightarrow B$ è una legge che a ogni elemento $a \in A$ associa un elemento $b \in B$

$$f(a) = b$$

F DI a UGUALE b

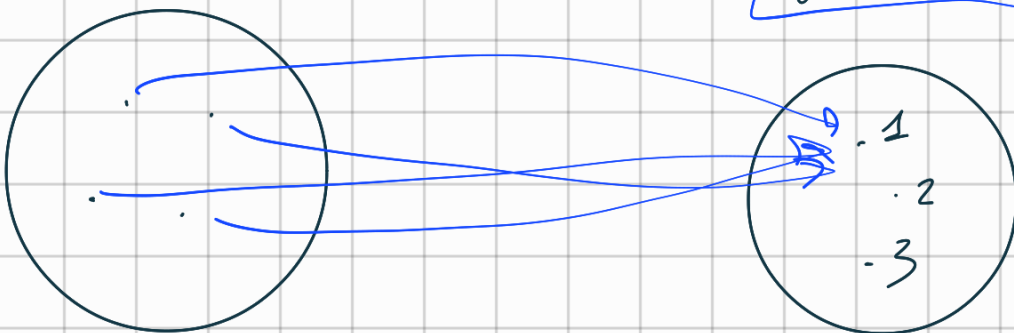


$$\begin{aligned} f(a) &= 2 \\ f(b) &= 1 \\ f(c) &= 1 \\ f(d) &= 2 \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \{b, c\} \\ 2 & \text{se } x \in \{a, d\} \end{cases}$$

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 1$$



L'insieme delle parti di un insieme A è l'insieme di tutti i possibili sottoinsiemi di A SI SCRIVE 2^A

$$A = \{a, b, c\} \quad 2^A = \left\{ \emptyset, \underbrace{\{a\}, \{b\}, \{c\}}, \underbrace{\{a, b\}} \right\}$$

$$\text{min} : 2^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\mathbb{D} \{1, 3, 5, 7, \dots\} \longmapsto 1$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{È UNA FUNZIONE}$$

$$m \mapsto 2m$$

$$R = \{r : r \text{ è una regione italiana}\}$$

$$f: C \rightarrow R$$

$$c \mapsto r$$

$$C = \{c : c \text{ è una città italiana}\}$$

$$R \rightarrow C$$

$$r \mapsto c \text{ capoluogo della regione}$$

Def

Sia $f: A \rightarrow B$ funzione

f SURIETTIVA

\Leftrightarrow

$$\forall b \in B \quad \underbrace{\exists a \in A : f(a) = b}$$

NON SURIETTIVA

$$\exists b \in B \quad \forall a \in A \quad \underbrace{f(a) \neq b}$$

Definizione

f è INIETTIVA $\Leftrightarrow \forall a_1, a_2 \in A \rightarrow a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$
 $\rightarrow a_1 = a_2 \Leftarrow f(a_1) = f(a_2)$

NON INIETTIVA

$\exists a_1, a_2 \in A \quad (a_1 \neq a_2) \wedge (f(a_1) = f(a_2))$

$f: C \rightarrow R$
Rome \mapsto Lazio
Cagliari \mapsto Sardegna
Arezzo \mapsto Toscana

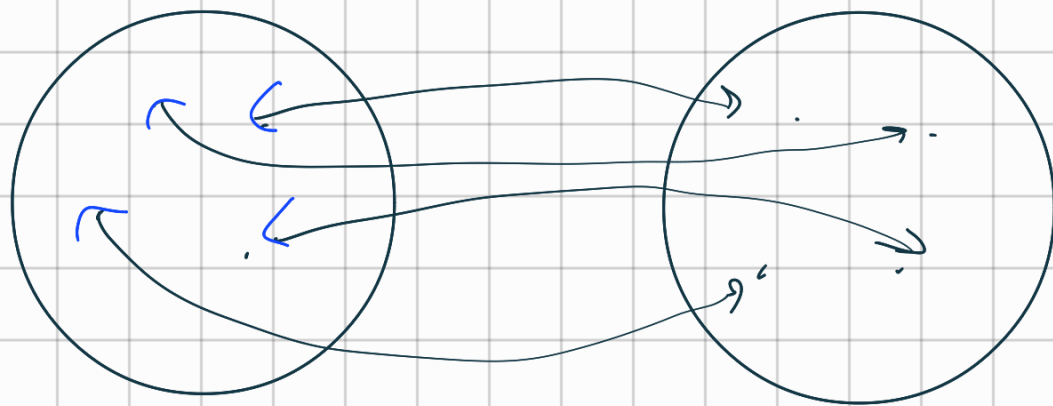
NON INIETTIVA
SURIETTIVA
 \Downarrow
 $\#C > \#R$

$g: R \rightarrow C$
Sardegna \mapsto Cagliari
Toscana \mapsto Firenze
 \vdots

INIETTIVA \wedge \nexists
NON SURIETTIVA
 \Downarrow
 $\#R < \#C$

DEFINIZIONE

$f: A \rightarrow B$ BIETTIVA SE f è INIETTIVA E f è SURIETTIVA



f BIJEKTA (\Rightarrow) f INVERTIBILNA

$$f^{-1}: B \rightarrow A$$
$$b \mapsto a : f(a) = b$$

$$\tilde{C} = \{ \text{CAPOLUOCHNI} \}$$

$$g: R \rightarrow \tilde{C}$$
$$\text{Repa} \mapsto \text{Ceplog}$$

$$g^{-1}: \tilde{C} \rightarrow R$$

DEFINIZIONI

IDENTITA'

$$\text{id}: A \rightarrow A$$
$$a \mapsto a$$

$$\text{id}^{-1} = \text{id}$$

Si $b \in B$

$$c: A \mapsto B$$
$$a \mapsto b$$

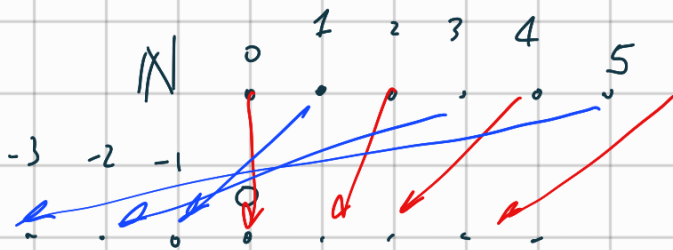
$$B = \{ b \}$$

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$m \mapsto \begin{cases} \frac{m}{2} & \text{se } m \text{ PARI} \\ -\frac{m+1}{2} & \text{se } m \text{ DISPARI} \end{cases}$$

$$f(4) = \frac{4}{2} = 2$$

$$f(5) = -\frac{6}{2} = -3$$



IMPORTANTI

$$A \subseteq \mathbb{R}$$

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

funzioni reali di variabile reale

Esempio

$$A = \mathbb{R}$$

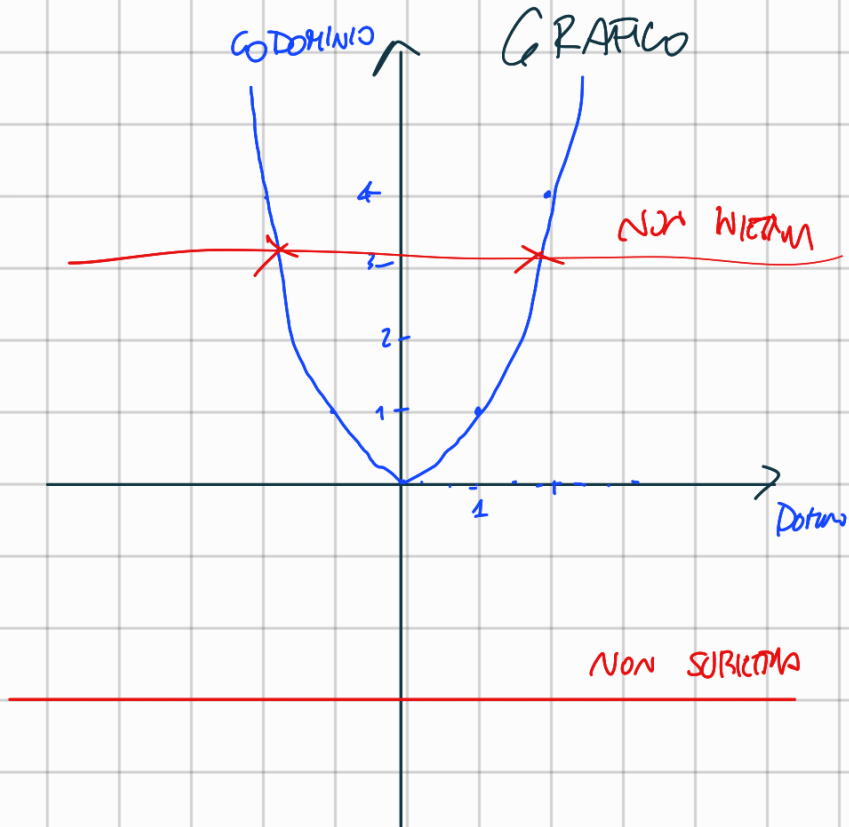
$$f(x) = x^2$$

NON INIETTIVA

$$\exists 1, -1 : f(1) = f(-1) = 1$$

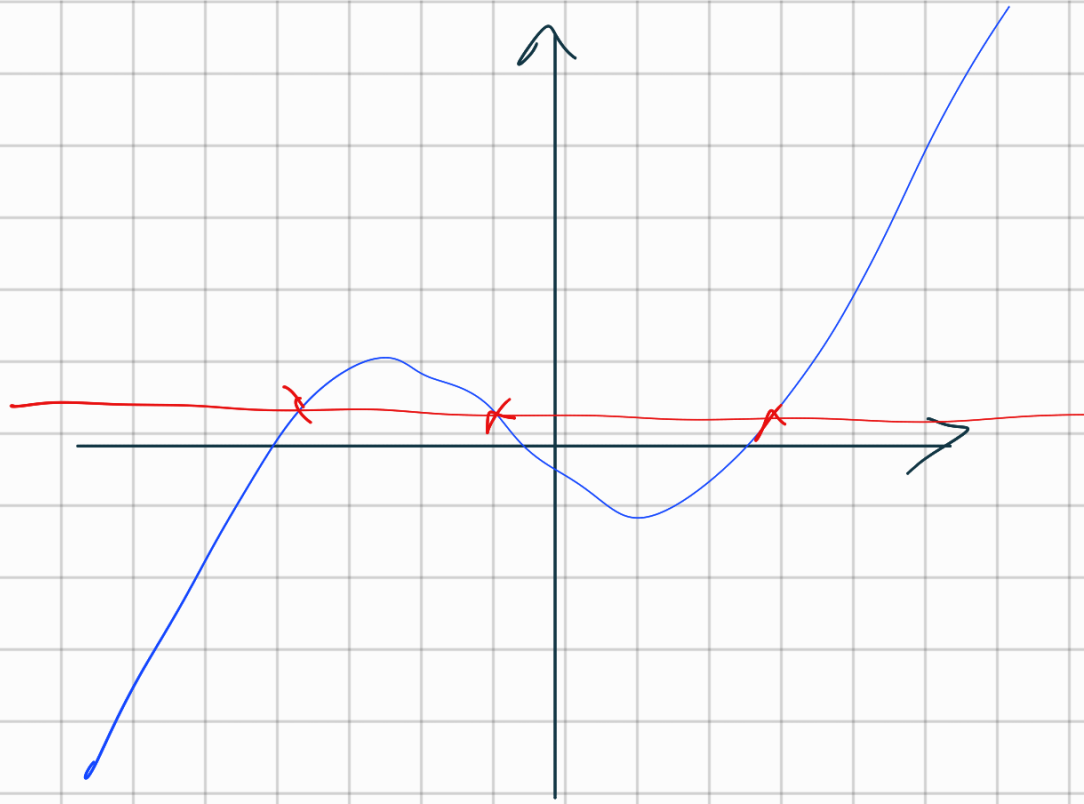
NON SURIETTIVA

$$\nexists -1 : \forall x \in A \quad f(x) \neq -1$$



SURIEPIA

NON
INIEPIA



$$A = \mathbb{R}$$

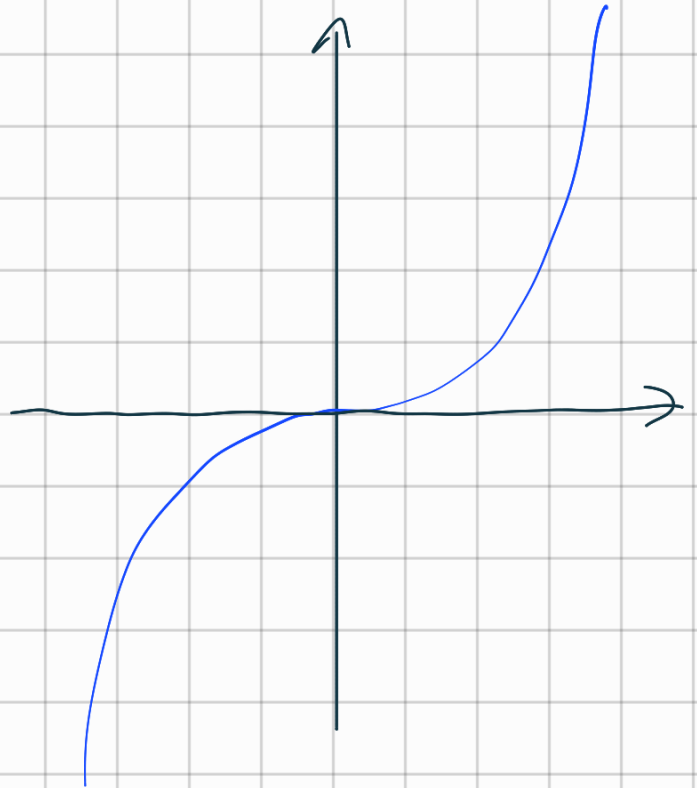
$$f(x) = x^3$$

$$f(2) = 8$$

$$f^{-1}(8) = 2$$

↓

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

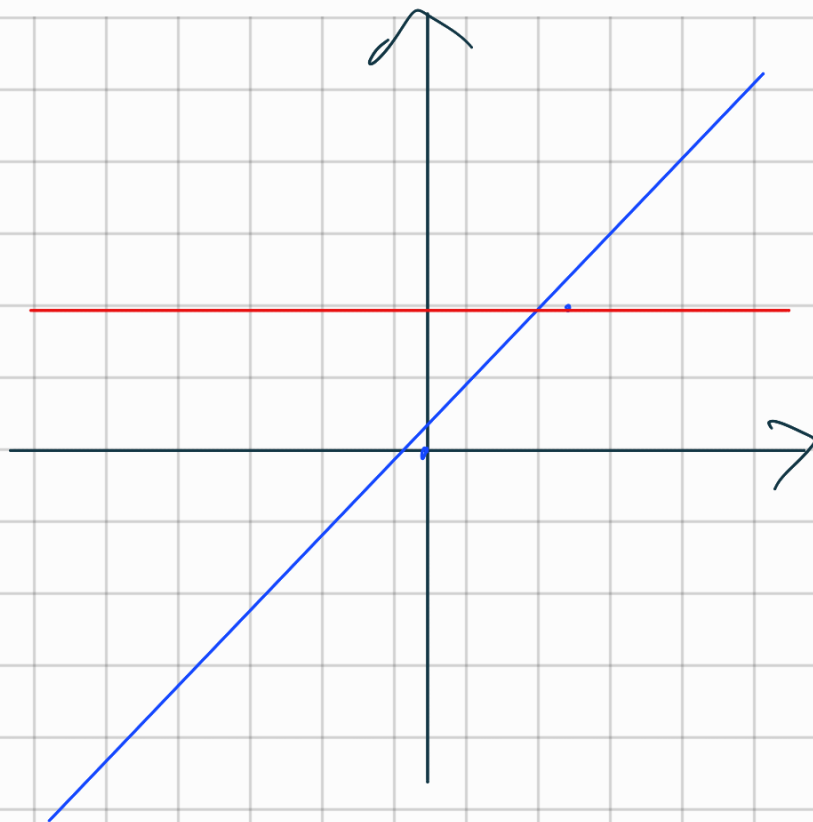


$$f(x) = x$$

IDENTITÀ

$$b = 2$$

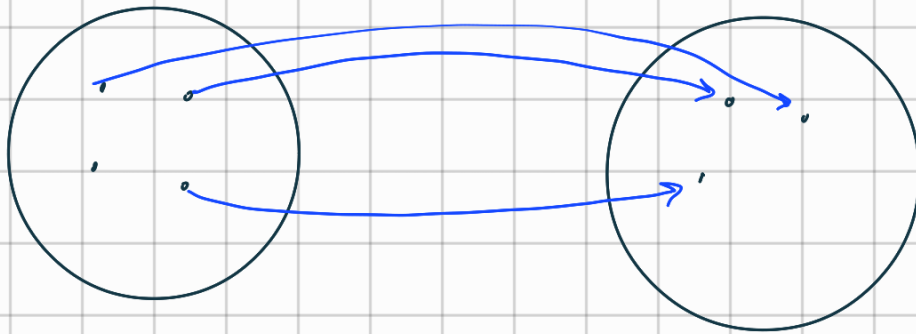
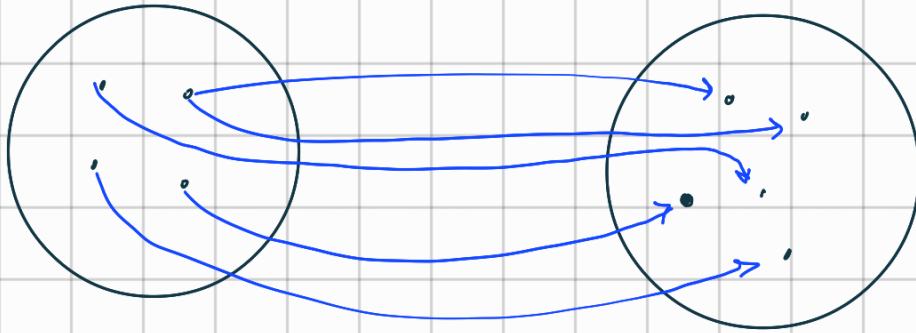
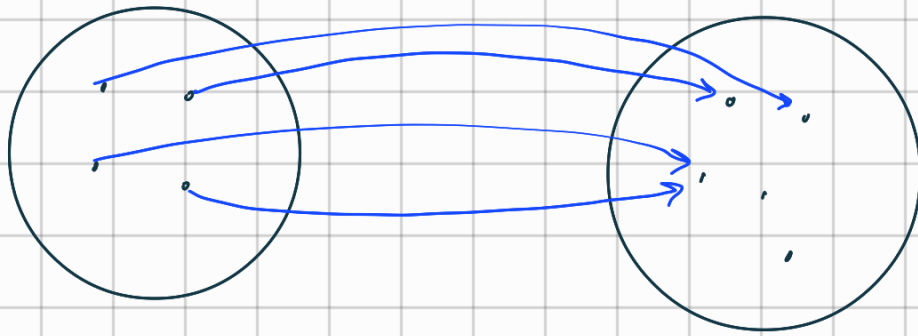
$$f(x) = 2$$



ESERCIZI

Dire se le seguenti sono funzioni e se sì se sono INIETTIVE
SURIETTIVE BIETTIVE

- Funzione che a ogni nome associa la sua
- Funzione che a ogni lettera dice se è una vocale o consonante
- Funzione che a ogni nome dice se inizia per vocale o consonante
- Funzione che a ogni libro associa l'autore
- Funzione che a ogni autore associa il suo libro
- Funzione che a ogni essere vivente associa la specie
- Funzione che a ogni specie associa i suoi individui



NUMERI PARI



$$f: P \rightarrow N$$

$$m \mapsto \frac{m}{2}$$

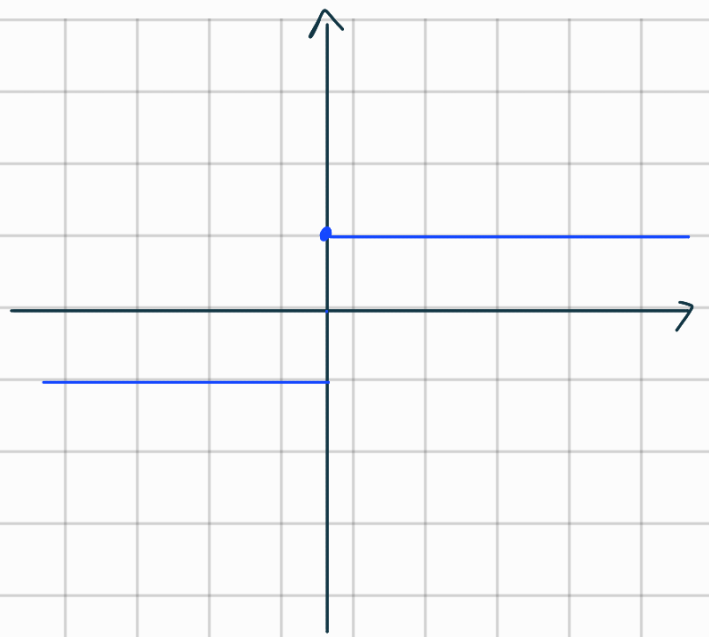
NUMERI DISPARI



$$f: D \rightarrow N$$

$$m \mapsto \frac{m}{2}$$

• $\text{sgn} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



$f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

