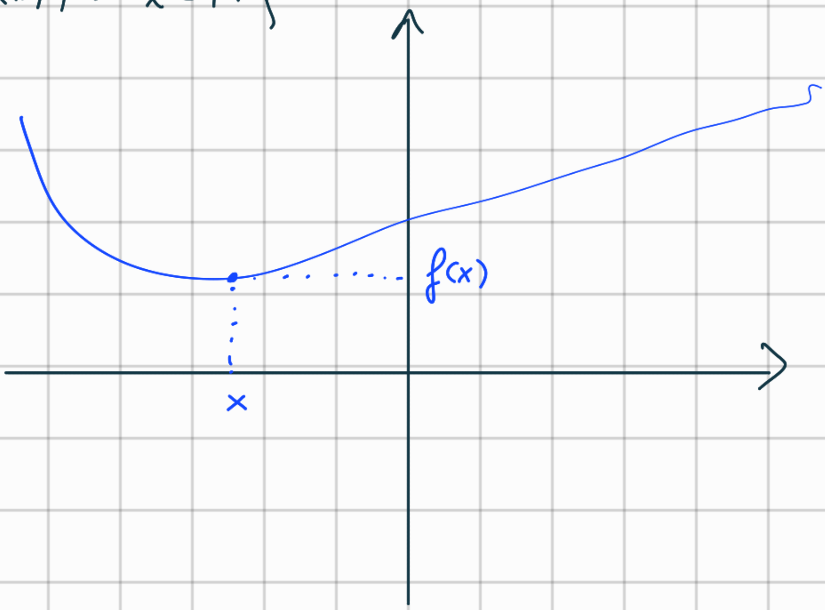
$f: A \to \mathbb{R}$ $\qquad A \subseteq \mathbb{R}$

$$\Gamma_f = \{(x, f(x)) : x \in A\}$$



EQUAZIONE

Per quali valori di x la funzione $3x-6$ è uguale a 0?

$$\boxed{3x - 6 = 0}$$

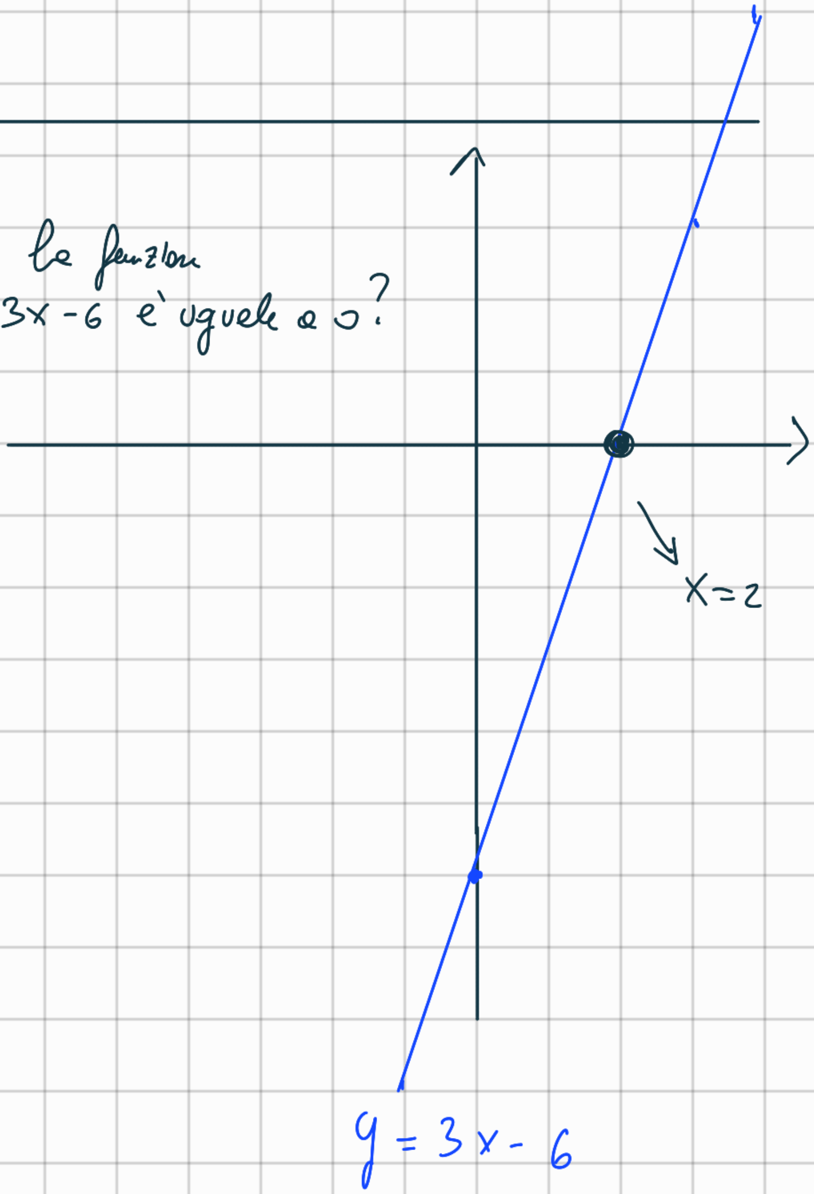
$y = 3x - 6$

$3x - 6 = 0$

$3x = 6$

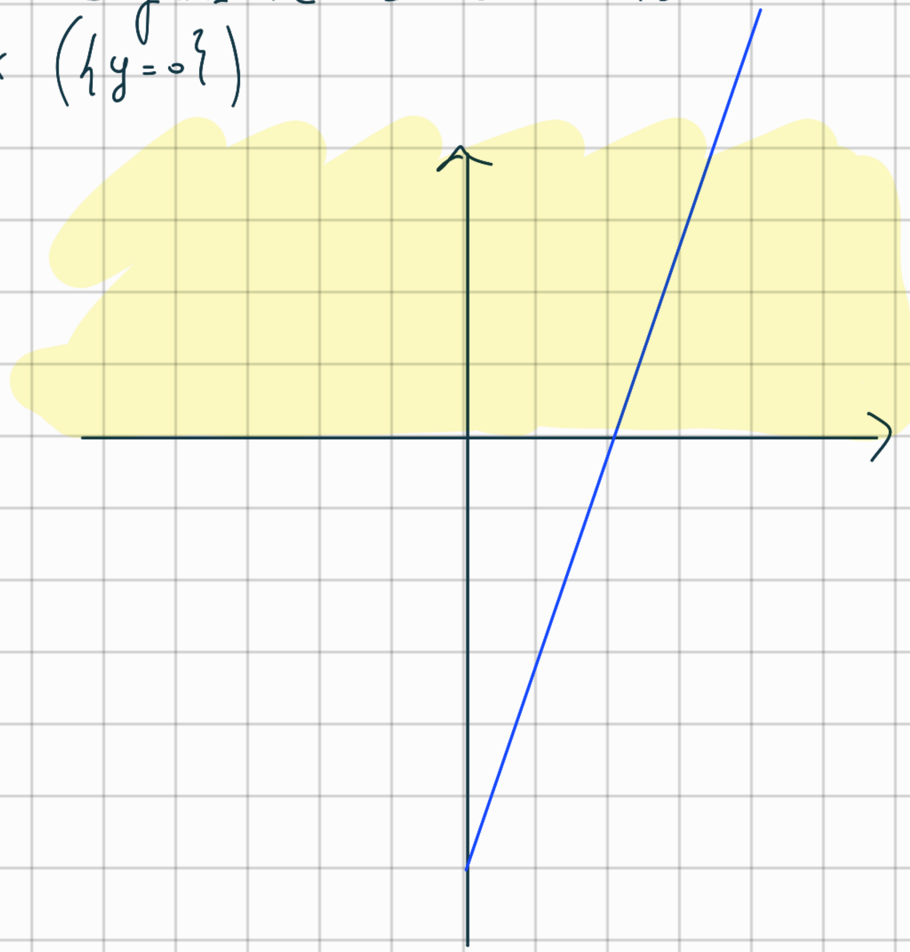
$x = \frac{6}{3} = 2$

$S = \{2\}$



$$\boxed{3x - 6 > 0}$$

Per quel valori di x la funzione 3x-6 si trova al di sopra dell'asse x ($\{y=0\}$)



$$S = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$$

$$= (2, +\infty)$$

EQUAZIONI DI II GRADO

$$ax^2+bx+c=0$$

$a, b, c \in \mathbb{R}$

$a \neq 0$

$$\Delta = b^2-4ac$$

$\boxed{\text{SE } \Delta < 0}$

L'equazione non ha soluzioni (reali)

$\boxed{\text{SE } \Delta = 0}$

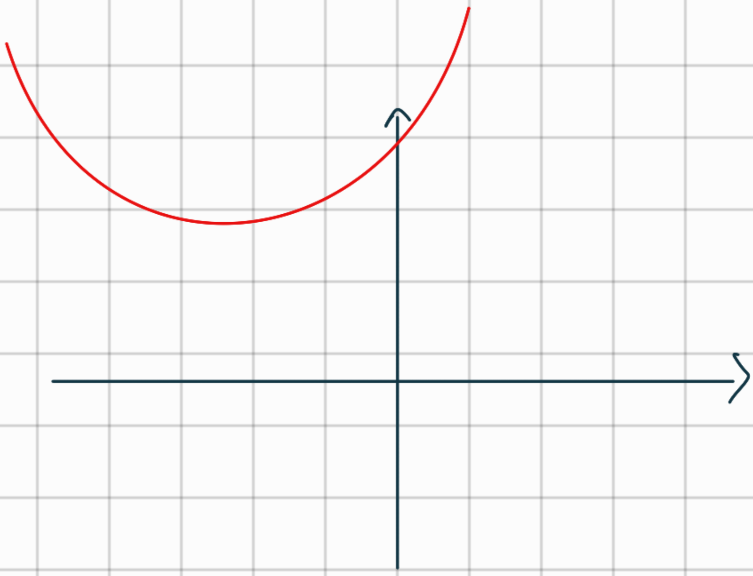
L'equazione ha 1 soluzione DOPPIA (due soluzioni coincidenti)

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

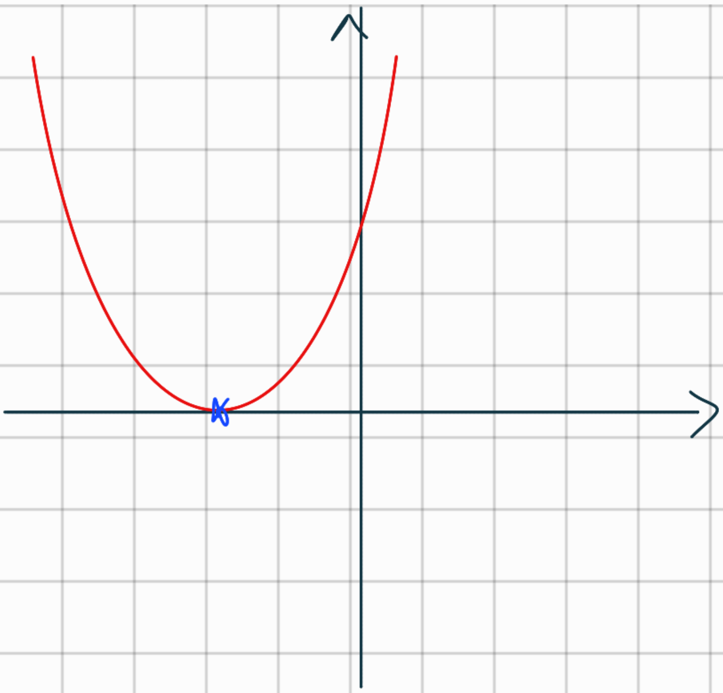
$\boxed{\text{SE } \Delta > 0}$

L'equazione ha 2 soluzioni distinte

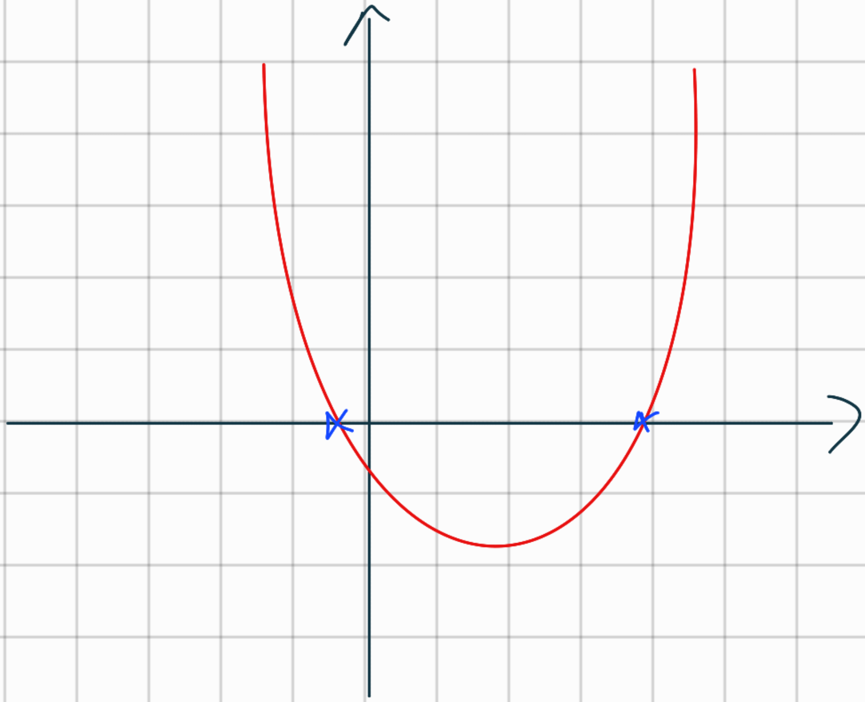
$$\boxed{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$$



$\Delta < 0$



$\Delta = 0$



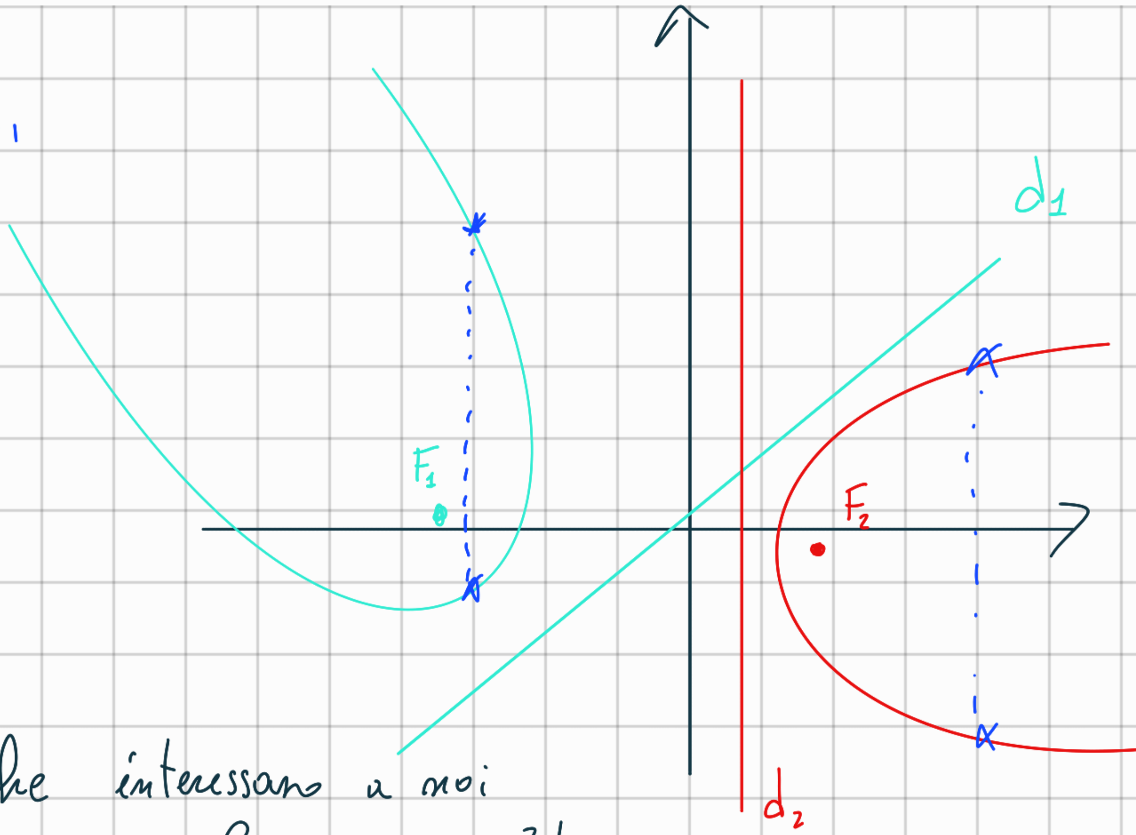
$\Delta > 0$

Definizione:

Dati un punto F (detto fuoco) e una retta d (detta direttrice) la $\boxed{\text{PARABOLA}}$ è il luogo dei punti del piano che sono equidistanti da F e da d

$$\text{parabola} = \{ P=(x,y) : \text{dist}(F,P) = \text{dist}(d,P) \}$$

PARABOLE CHE
NON SONO FUNZIONI



Le parabole che interessano a noi sono quelle che sono funzioni $y = ax^2 + bx + c$

Si ottengono scegliendo $\rightarrow$ d: $y + q = 0$ (retta orizzontale)
F: $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$

PER ESERCIZIO
Verificare che si ottiene un'equazione così

$$y = (\qquad) x^2 + (\qquad) x + (\qquad)$$

TROVARE COME DEVONO ESSERE q x_0, y_0 PER OTTENERE UNA PARABOLA (deve valere $a \neq 0$)

Se $a > 0$ $\Rightarrow$  "FELICE" CONVESSA

Se $a < 0$ $\Rightarrow$  "TRISTE" CONCAVA

Più $|a|$ è grande più le curve sono "strette"

c è il punto dove la parabola interseca l'asse y ($\{x=0\}$)

Disegnare x^2+x-6

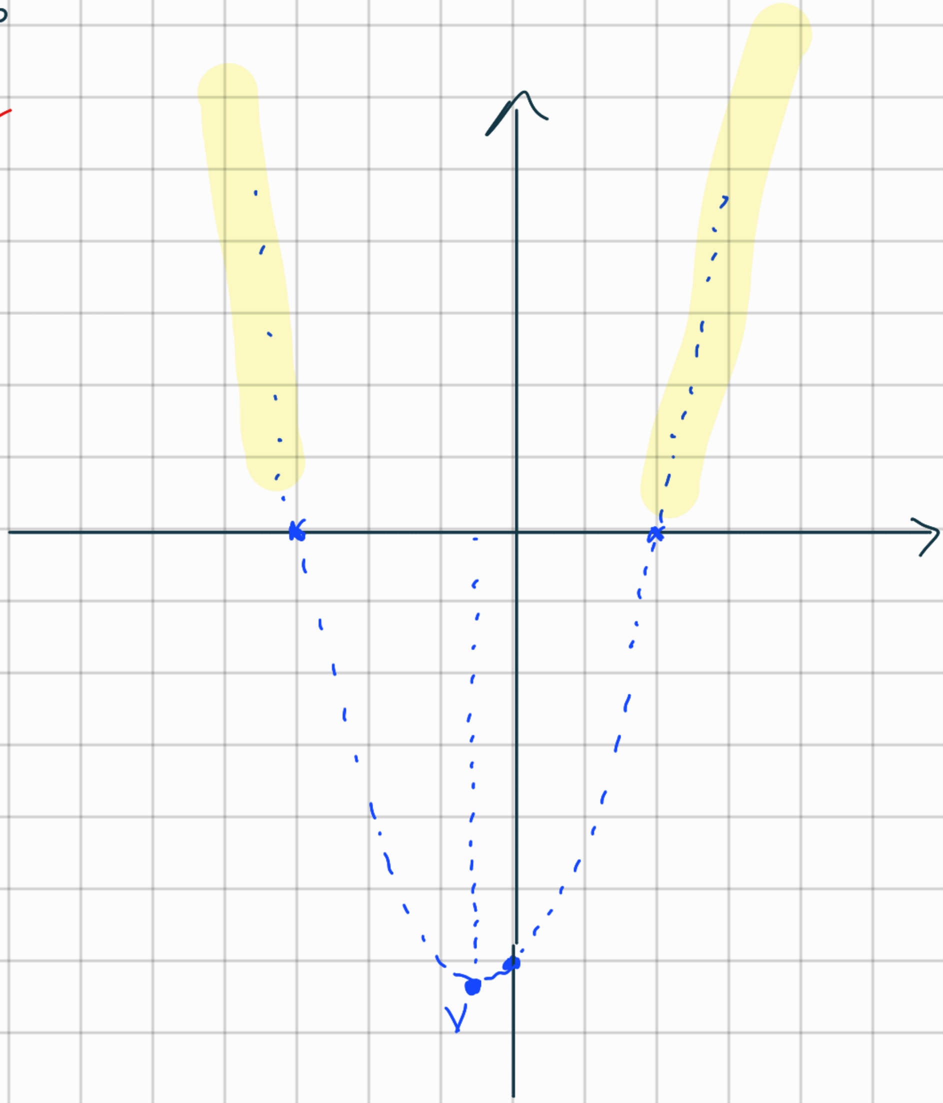
$a > 0$ è CONVESSA ✓

$\Delta = 1 + 4 \cdot 6 = 25 > 0$

$$x_{12} = \frac{-1 \pm 5}{2} \quad \nearrow x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3 \qquad \searrow x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$$

$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$$



$x^2+x-6 \geq 0 \Rightarrow S = (-\infty,-3] \cup [2,+\infty)$

$= \{x \in \mathbb{R} : x \leq -3 \vee x \geq 2\}$

NEL CASO DI DUE SOLUZIONI x_1, x_2

CONCORDI → ESTERNI

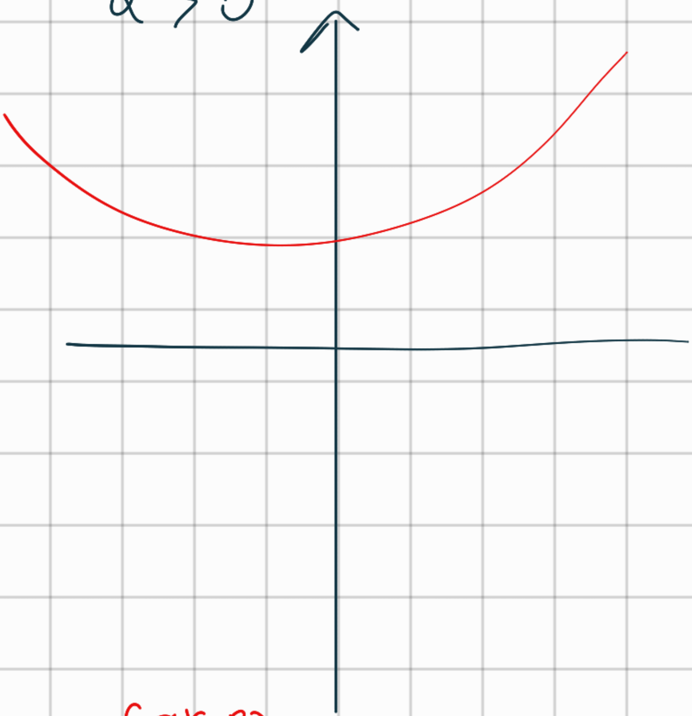
Ci sono due possibilità $(-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$ $\begin{cases} a>0 \\ > \end{cases}$ oppure $\begin{cases} a<0 \\ < \end{cases}$

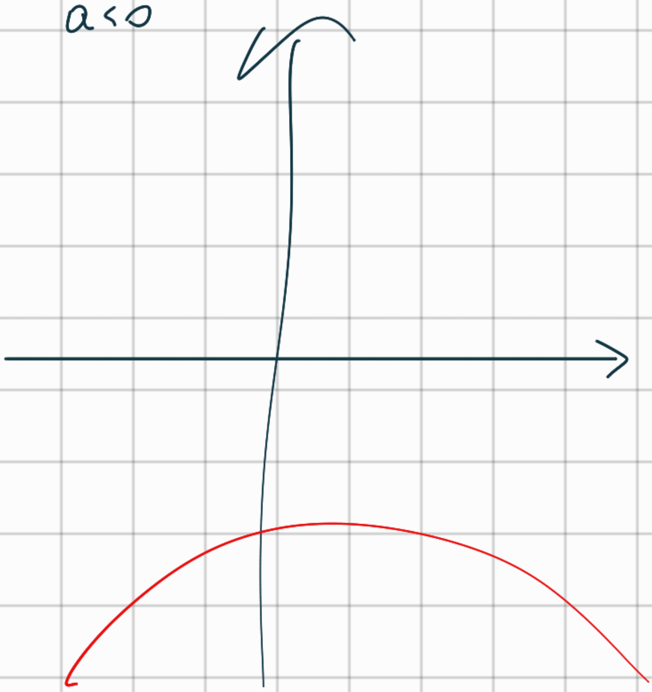
DISCORDI → INTERNO

(x_1, x_2) $\begin{cases} a>0 \\ < \end{cases}$ oppure $\begin{cases} a<0 \\ > \end{cases}$

CASO $\Delta < 0 \Rightarrow$ La parabola non interseca l'asse x

$a>0$ $a<0$





Se

CONCORDI

$> \Rightarrow S = \mathbb{R}$

DISCORDI

$< \Rightarrow S = \emptyset$

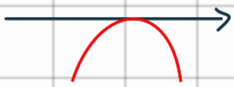
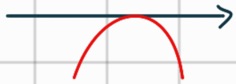
CONCORDI

$< \Rightarrow S = \mathbb{R}$

DISCORDI

$> \Rightarrow S = \emptyset$

$\Delta = 0$

	$>$	$\geq$	$<$	$\leq$
$a > 0$	 $S = \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$	 $S = \mathbb{R}$	 $S = \emptyset$	 $S = \{x_1\}$
$a < 0$	 $S = \emptyset$	 $S = \{x_1\}$	 $S = \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$	 $S = \mathbb{R}$

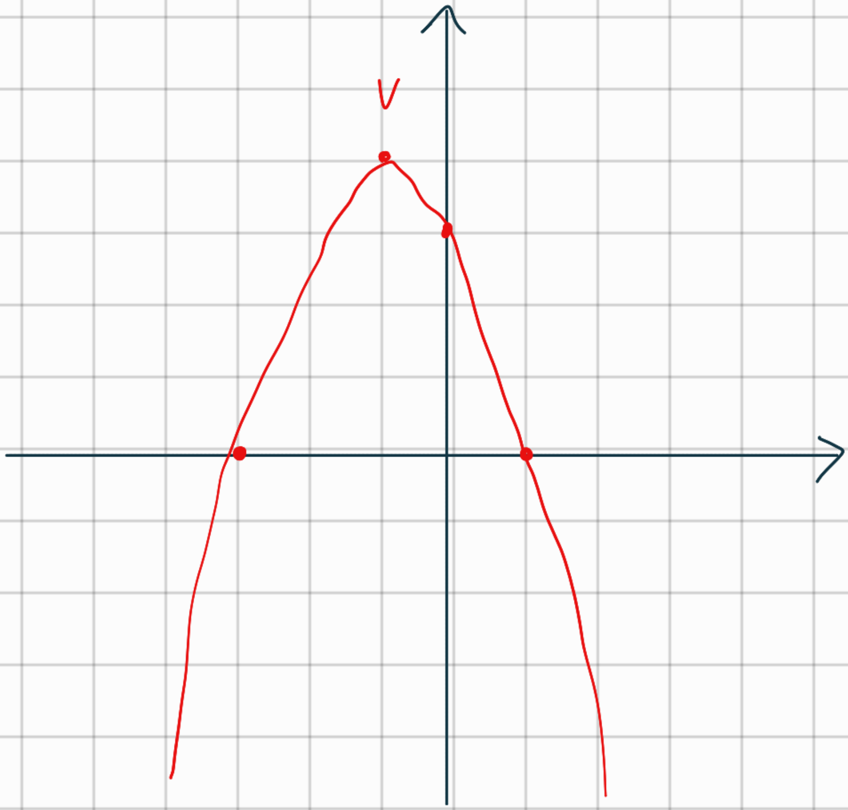
ESERCIZIO

$$-x^2 - 2x + 3 > 0$$

$a < 0$

$$\Delta = 4 - 4(-1)(3) = 4 + 12 = 16$$

$$x_{12} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{-2} \quad \nearrow x_1 = \frac{2+4}{-2} = -3 \qquad \searrow x_2 = \frac{2-4}{-2} = 1$$

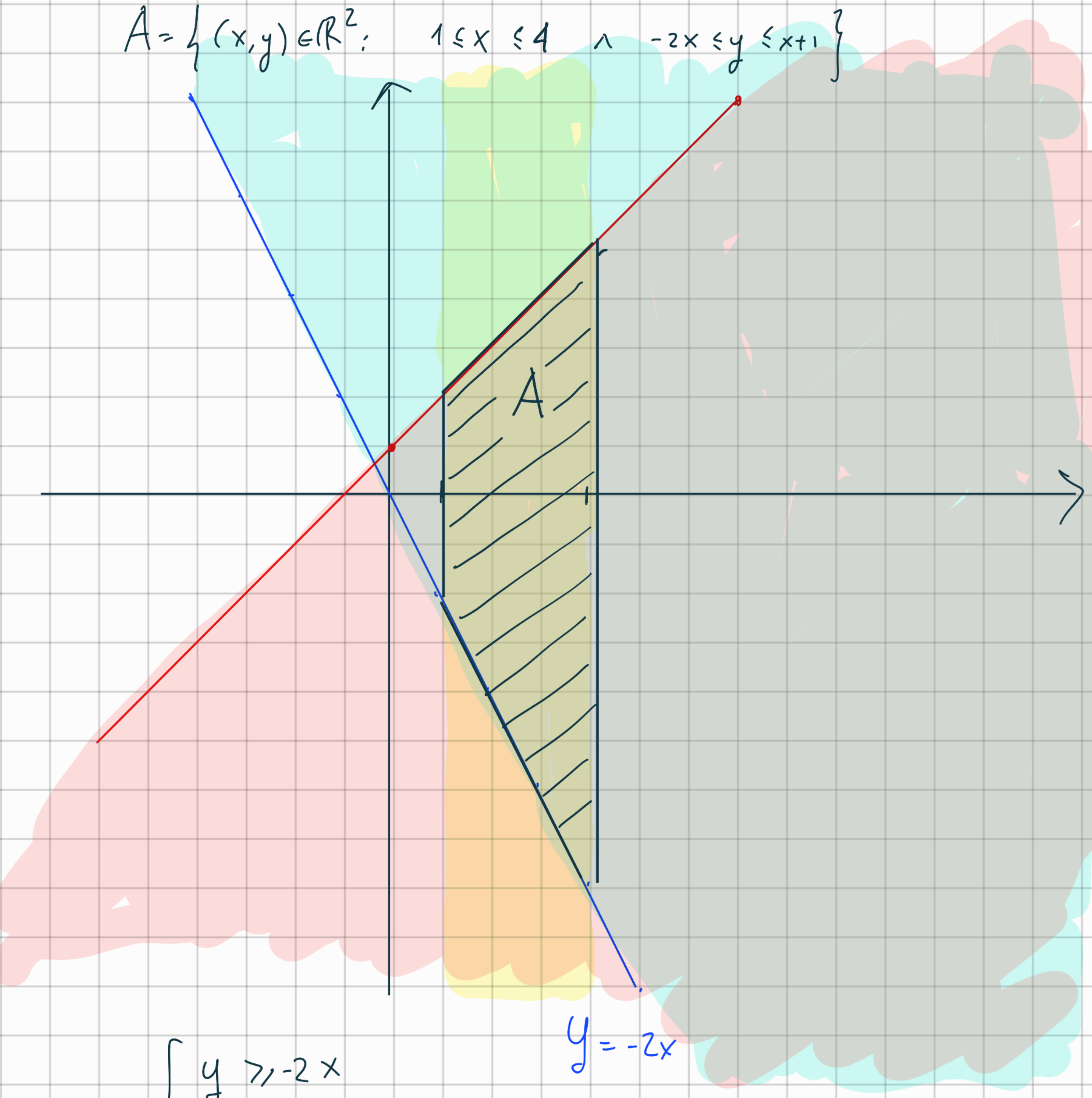


$$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = \left(\frac{2}{-2}, \frac{-16}{-4}\right) = (-1, 4)$$

$$S = (-3, 1)$$

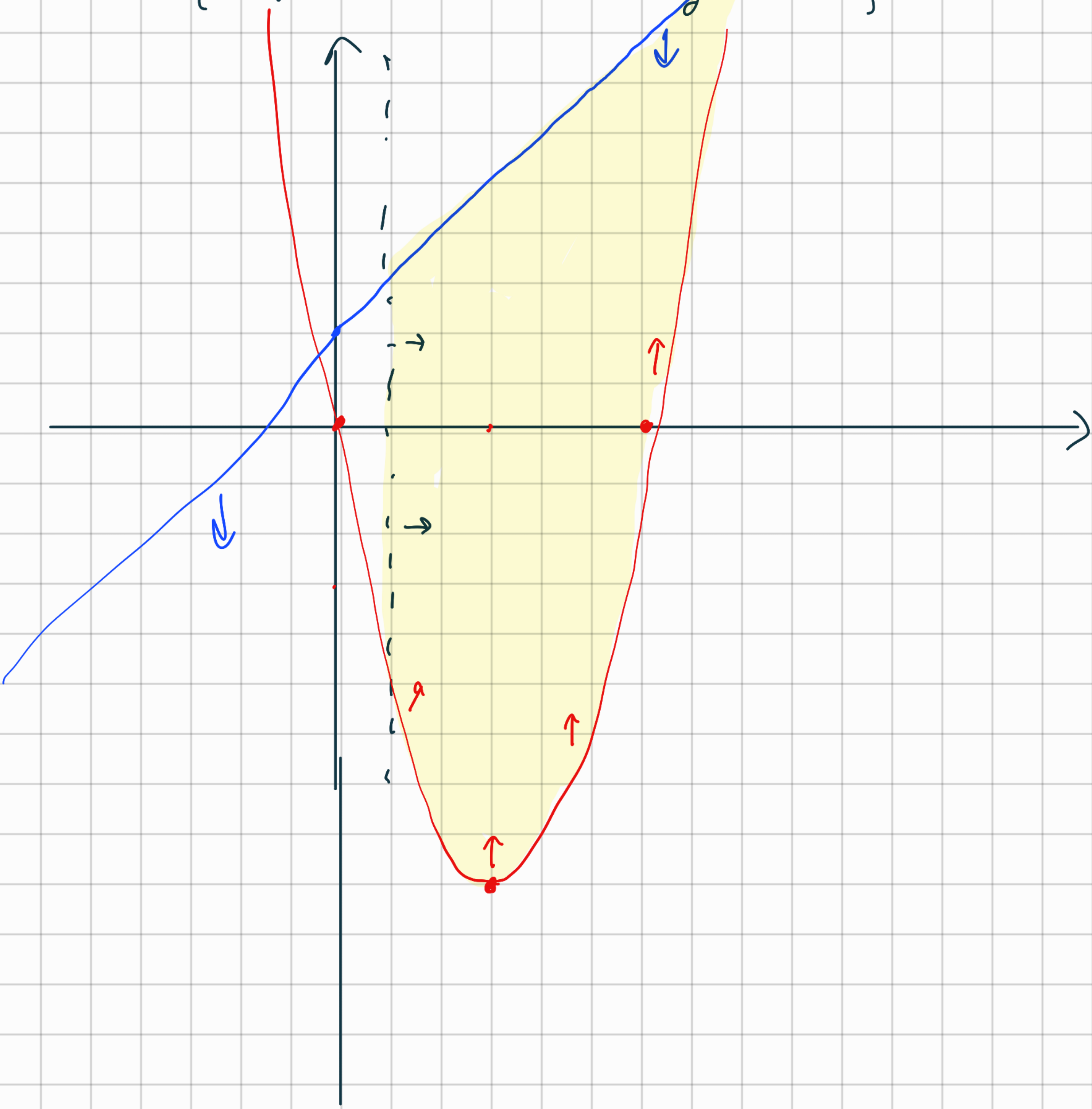
ESERCIZIO

$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \quad 1 \leq x \leq 4 \quad \wedge \quad -2x \leq y \leq x+1\}$



$$\begin{cases} y \geq -2x \\ y \leq x+1 \end{cases}$$

$A = \{ (x,y) : \quad x \geq 1 \quad x^2 - 6x \leq y \leq x + 2 \}$



$$\begin{cases} y \geq x^2 - 6x \\ \\ y \leq x + 2 \end{cases}$$

$x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0$

$\hookrightarrow x_1 = 0$

$x_2 = 6$

$\Delta = 36$

$V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) = (3, -9)$

CONICHE

$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$

$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \leftarrow$ FORMULA GENERALE

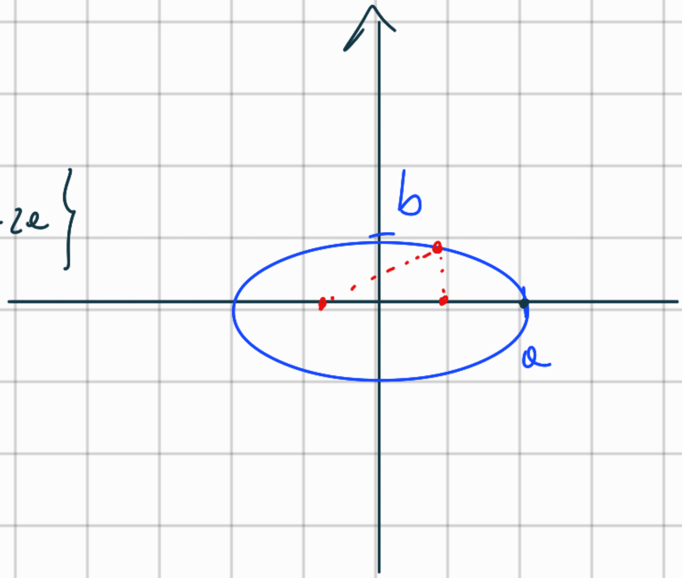
ELLISSE

DATI DUE PUNTI F_1, F_2

$a, b > 0$

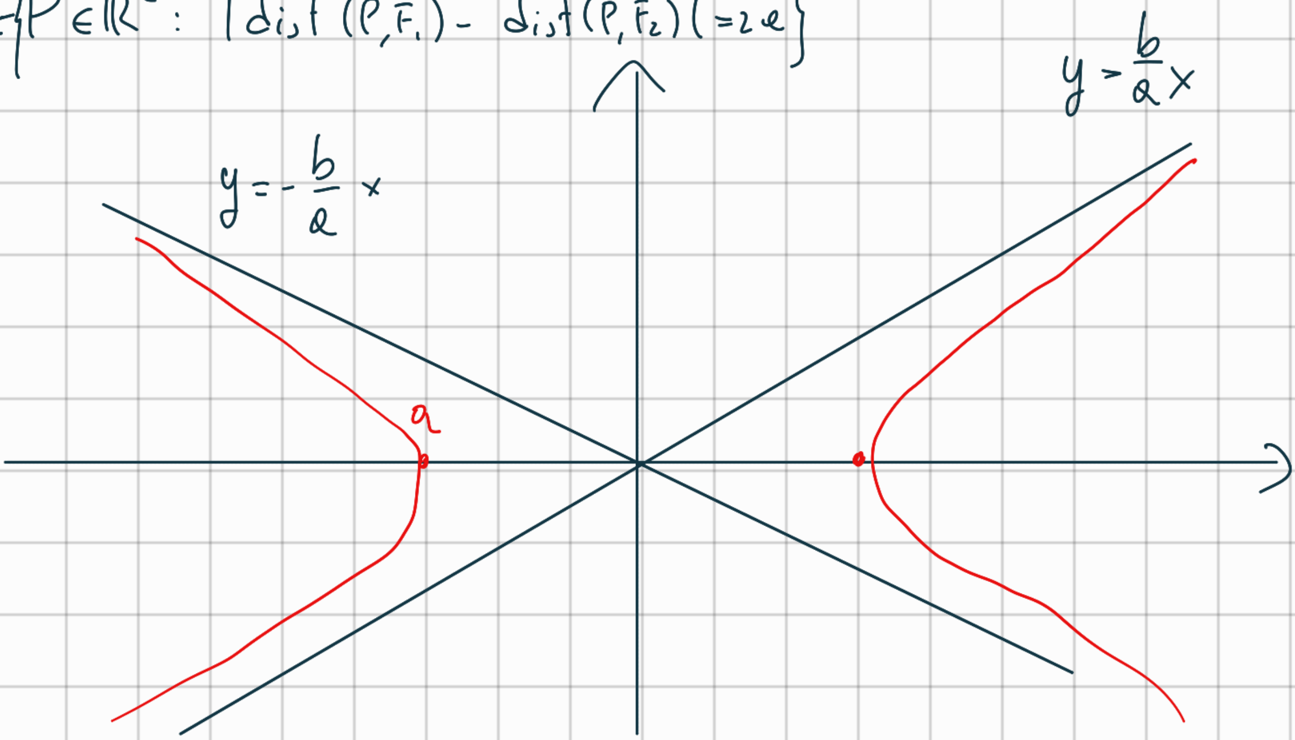
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\gamma = \{P \in \mathbb{R}^2 : \text{dist}(P, F_1) + \text{dist}(P, F_2) = 2a\}$$



IPERBOLE

$$\gamma = \{P \in \mathbb{R}^2 : |\text{dist}(P, F_1) - \text{dist}(P, F_2)| = 2a\}$$



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

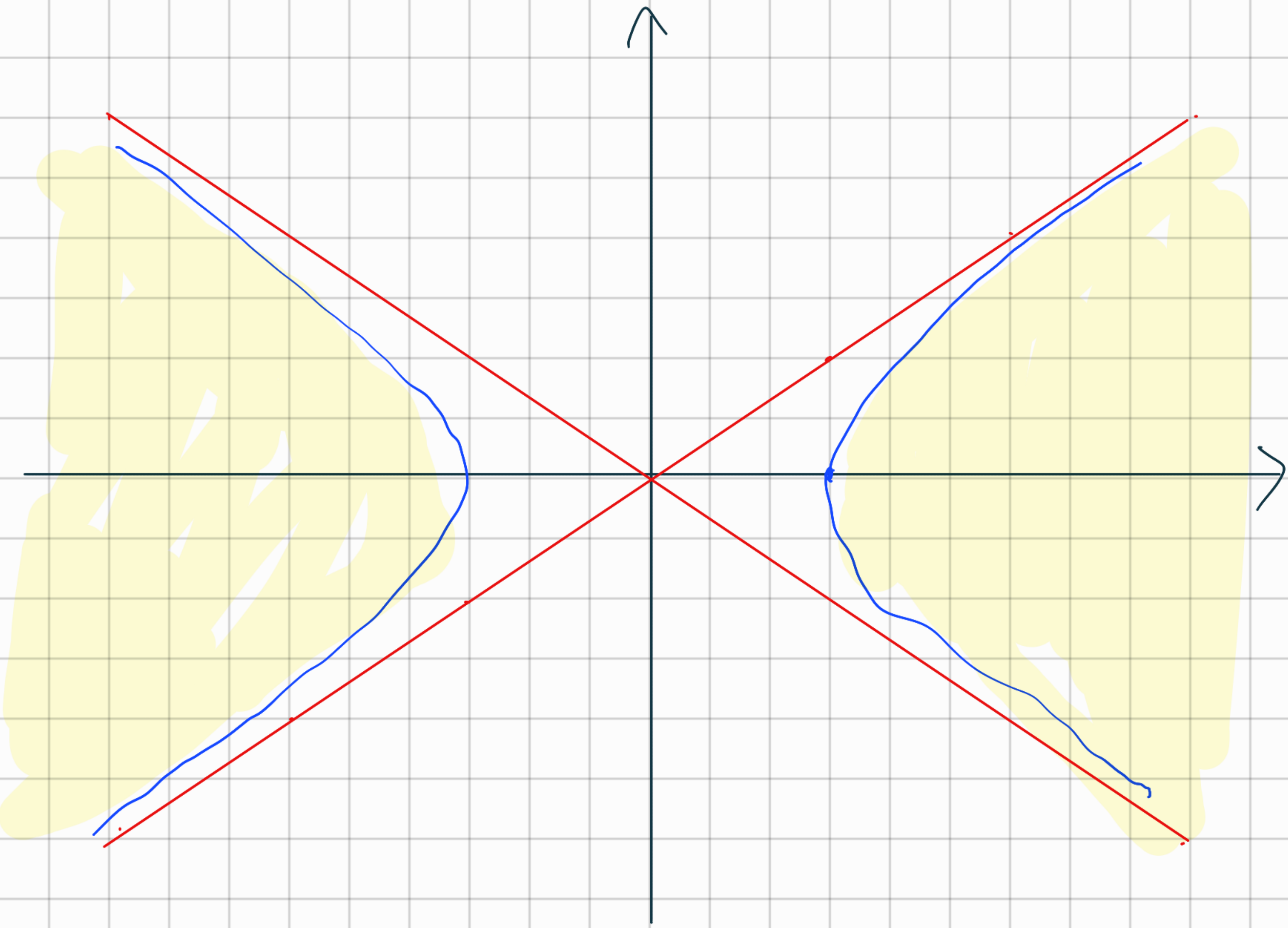
ESERCIZIO

DISEGNARE la curva

$$4x^2 - 9y^2 = 36$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1 \qquad a = 3 \quad b = 2$$

$$y = -\frac{2}{3}x \quad , \quad y = \frac{2}{3}x$$



$$A = \{ 4x^2 - 9y^2 \geq 36 \}$$

$(0,0) \in A$?

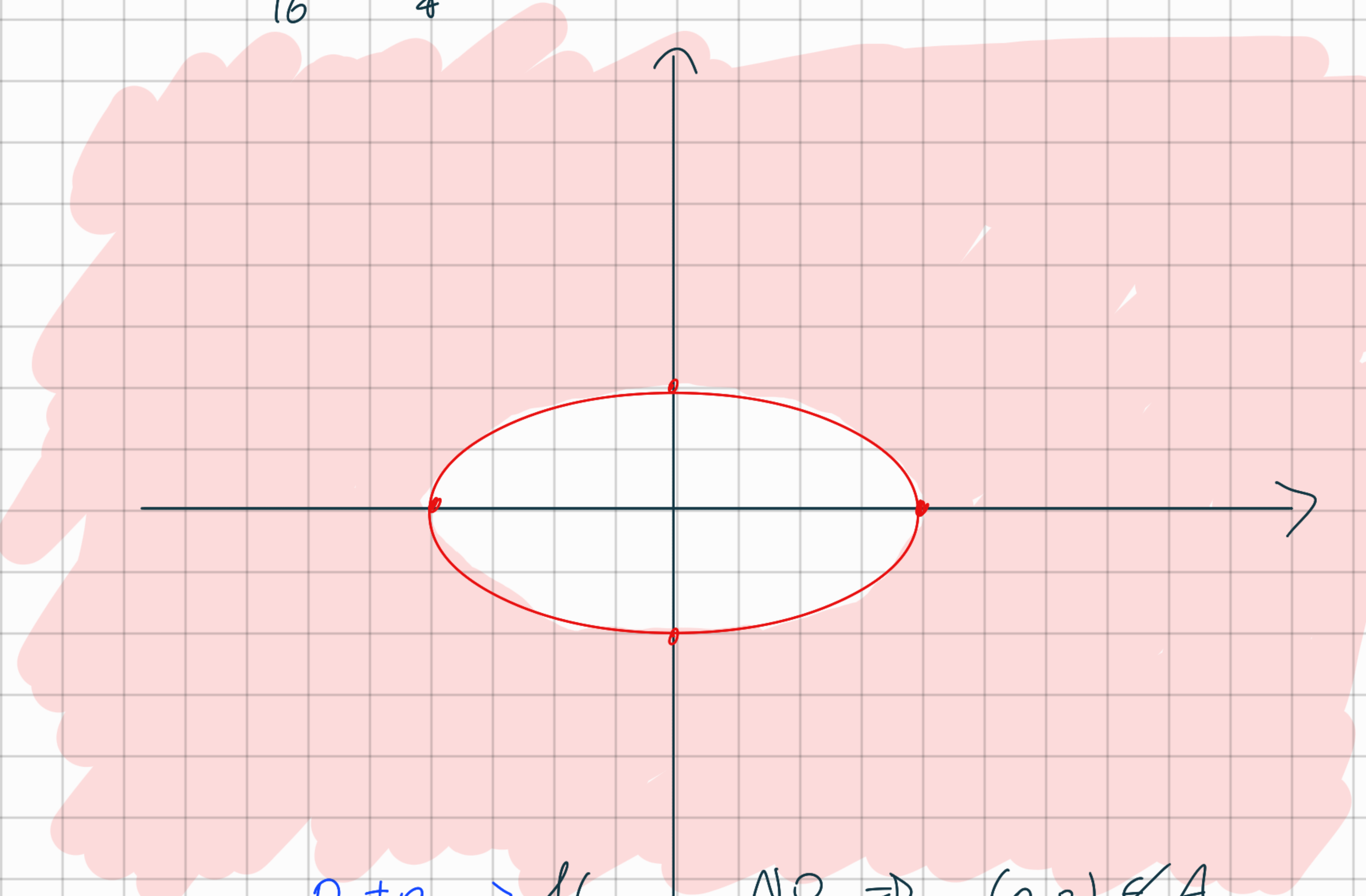
$0 \geq 36$ FALSO

ESERCIZIO

Disegnare l'insieme $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 > 16\}$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$a = 4$
$b = 2$



$0 + 0 > 16$ NO $\Rightarrow (0,0) \notin A$