

Esame di Matematica e Statistica - Matricole DISPARI
Scritto del 14/02/2024

Nome e Cognome..... Matricola 60/57/.....

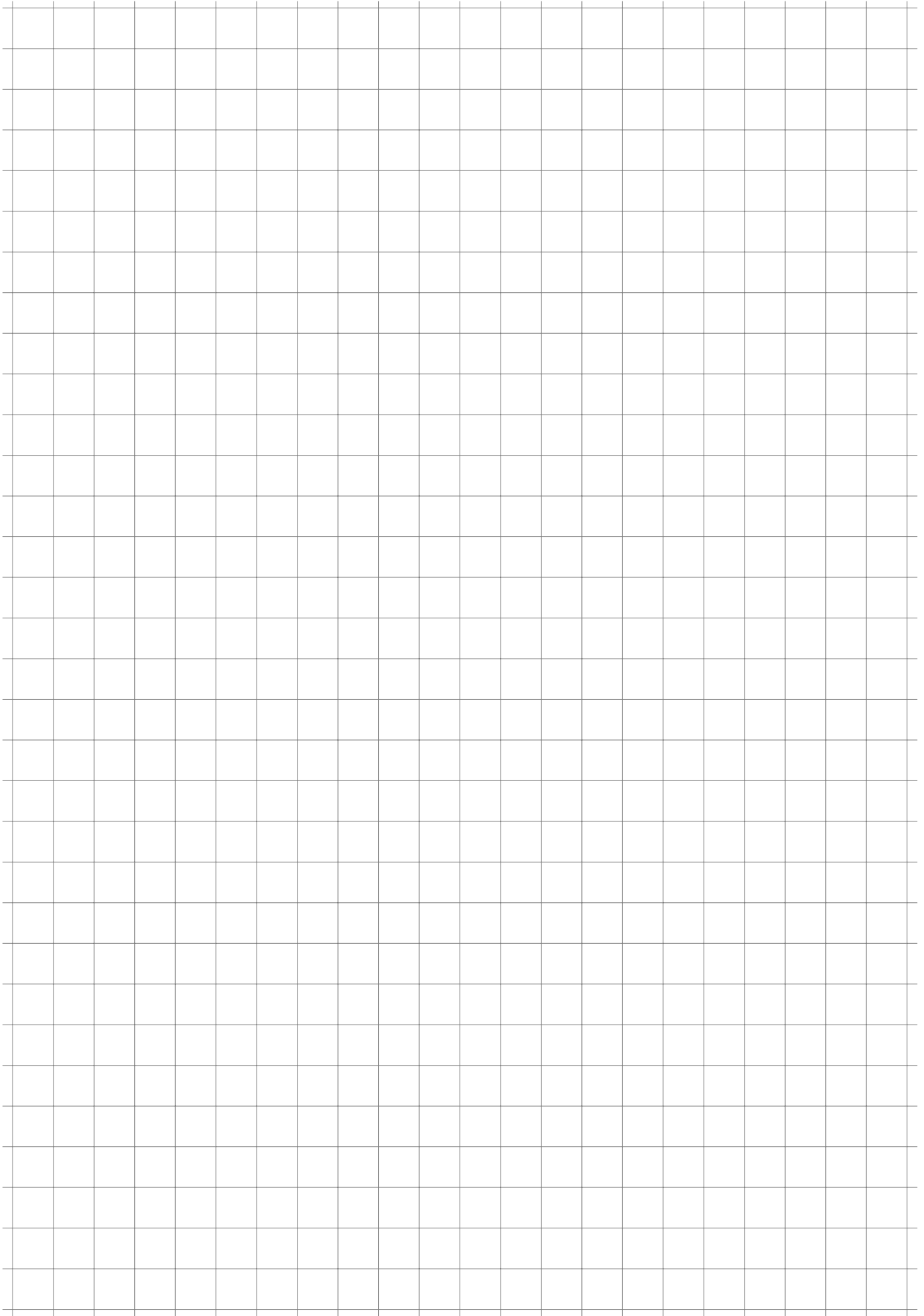
Esercizio 1 (Studio di funzione).

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln^2 x - 1 \quad (\text{cioè } (\ln x)^2 - 1)$$

- a. Studiare tutte le caratteristiche principali (compresi il segno della derivata seconda e punti di flesso) e disegnarne il grafico approssimato. [9 punti]
- b. Calcolare la derivata nel punto $x_0 = e$. Visto il valore trovato cosa possiamo dire della funzione in questo punto? [2 punti]
- c. Enunciare il teorema dei valori intermedi e disegnare un esempio di funzione che ne soddisfa le ipotesi. [1 punto]



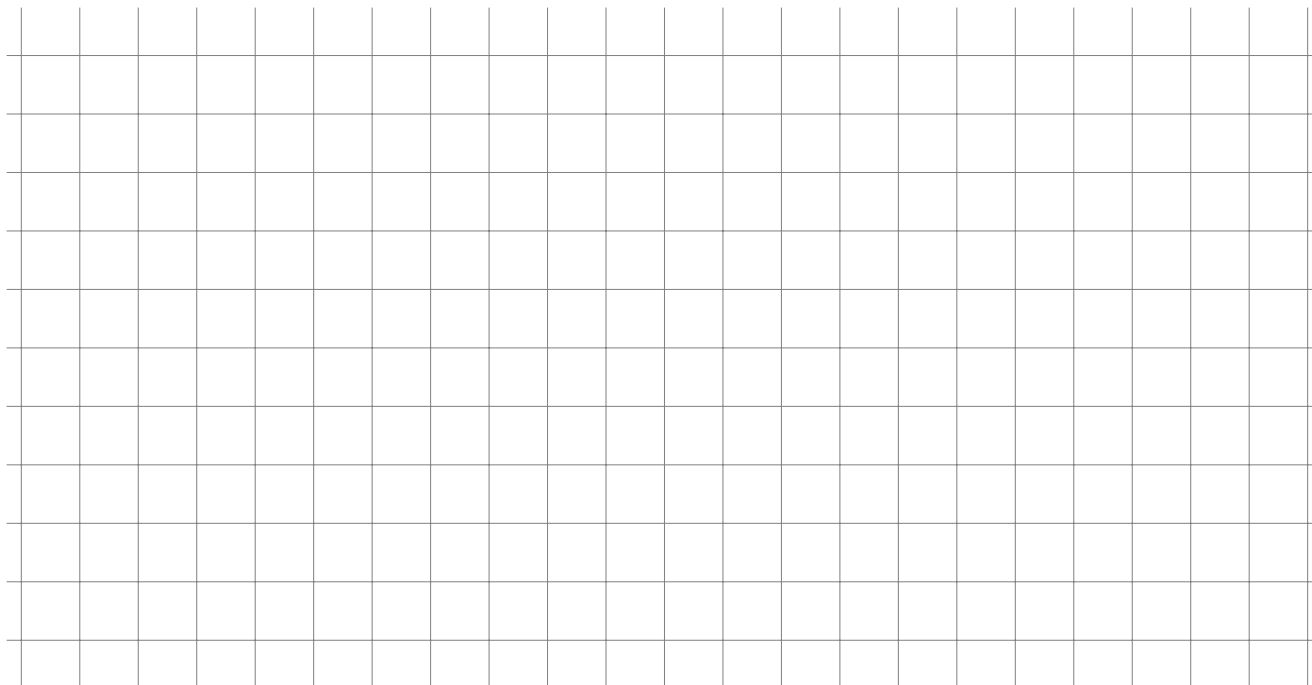


Esercizio 2 (Integrali).

Data la funzione

$$f(x) = 2x \cos x$$

- a. Calcolarne le primitive. [5 punti]
- b. Calcolare l'integrale definito nell'intervallo $[\frac{\pi}{2}, \pi]$. [2 punti]
- c. Data f funzione, cosa è una sua primitiva? [1 punto]

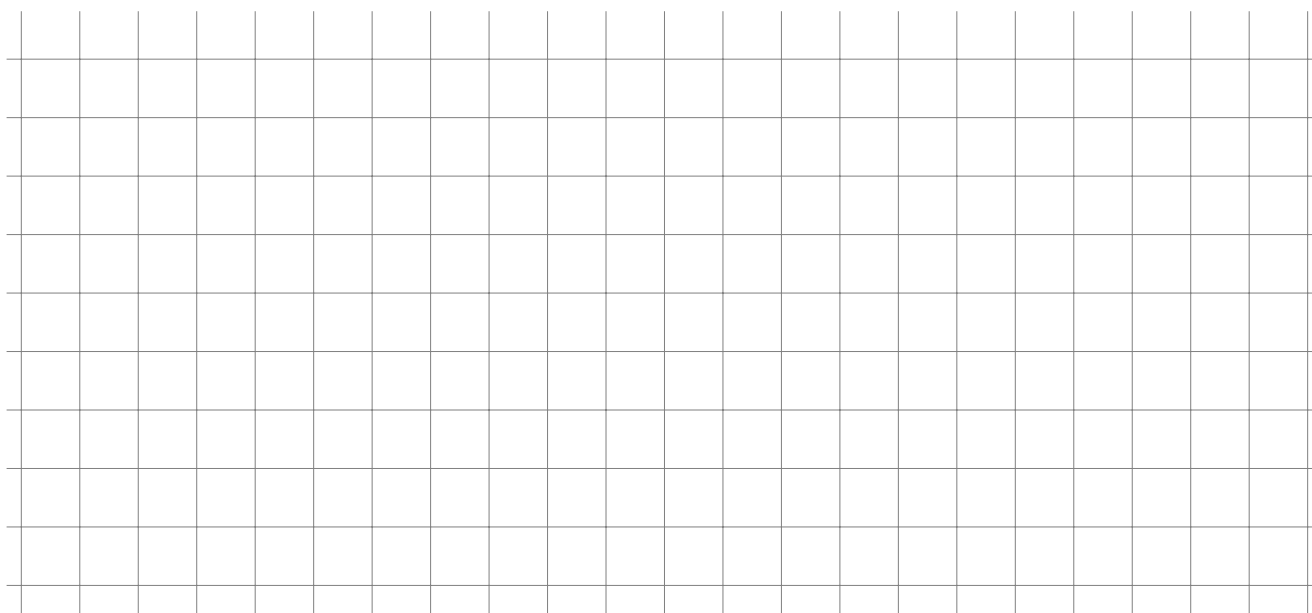


Esercizio 3 (Ottimizzazione). [4 punti]

Un dispositivo elettronico in grado di captare un segnale luminoso ha una sensibilità alla luce che dipende dalla lunghezza d'onda λ (misurata in μm) secondo la seguente legge:

$$s(\lambda) = 4e^{\lambda - \lambda^2}.$$

Determinare qual è la lunghezza d'onda λ a cui il dispositivo è maggiormente sensibile e a quanto corrisponde la sensibilità massima.



Esercizio 4 (Statistica). • A un gruppo di 6 persone è stato somministrato un integratore per dimagrire. Le differenze di peso che i soggetti hanno riportato dopo un periodo di dodici mesi sono le seguenti: $X = \{-1.3, -2, 0.5, 0.8, -3, -2.2\}$. Assumendo che si tratti di una variabile aleatoria normale, si esegua un test statistico per verificare se questo campione conferma o smentisce l'ipotesi che in realtà la variazione media sia $\mu = 0$. In caso di smentita si dica con quale confidenza possiamo affermare che l'integratore funziona. [5 punti]

- Si calcolino media e mediana della variabile Y_1 e, senza fare calcoli, si dica se ci si aspetta che sia più grande la varianza di Y_1 o di Y_2 motivando opportunamente la risposta. [3 punti]

Y_1	50	38	71	22	44	32	81	98	11	8
Y_2	40	45	44	46	47	36	53	53	52	39