

Esame di Matematica e Statistica - Matricole PARI
Scritto del 20/06/2024

Nome e Cognome..... Matricola 60/57/.....

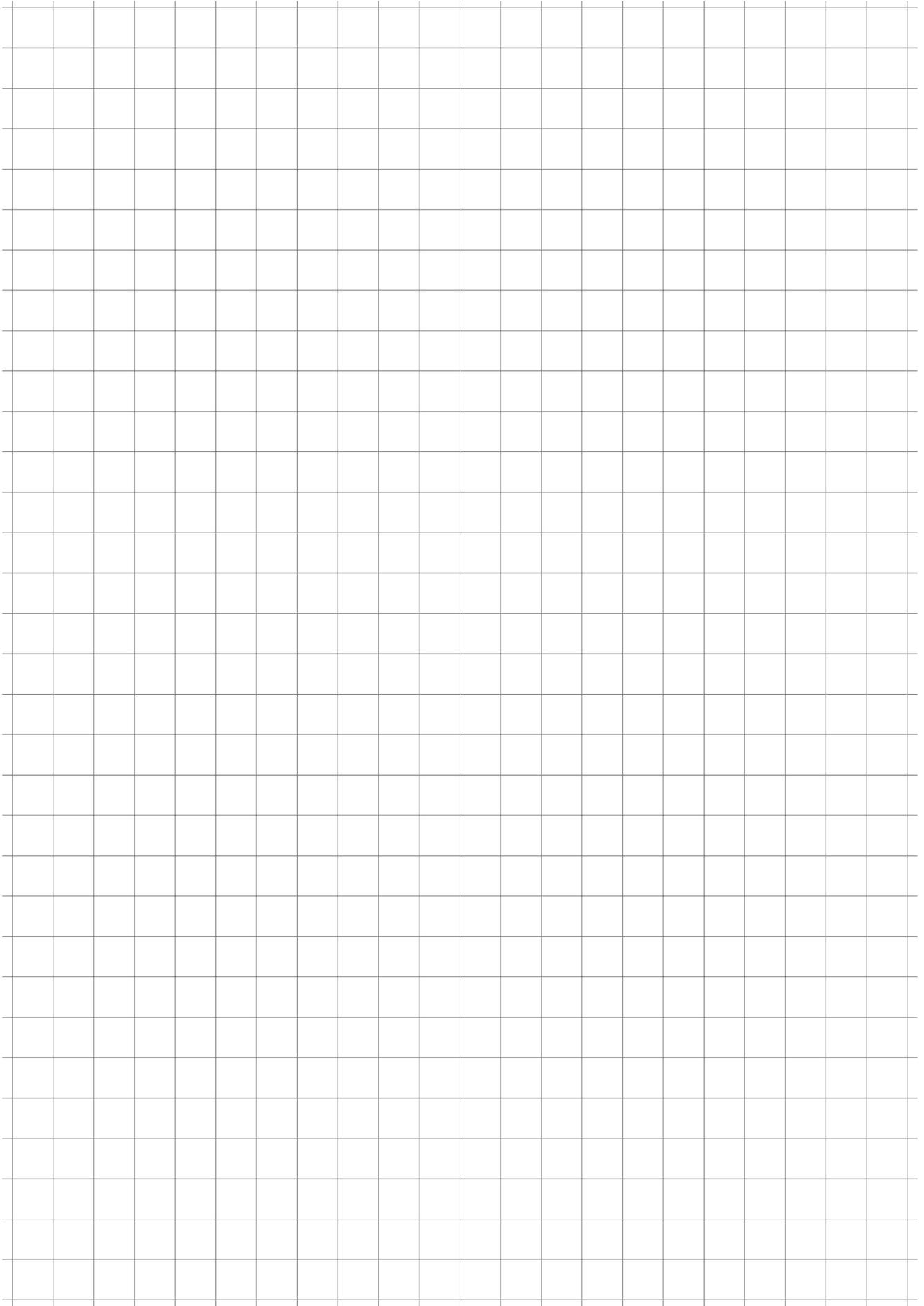
Esercizio 1 (Studio di funzione).

Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 3x - 4}{1 - x}\right)$$

- a. Studiare tutte le caratteristiche principali (esclusi il segno della derivata seconda e punti di flesso) e disegnarne il grafico approssimato. [9 punti]
- b. Calcolare la derivata nel punto $x_0 = 1 + \sqrt{6}$. Visto il valore trovato, cosa possiamo dire della funzione in questo punto? [2 punti]
- c. Dare la definizione di punti di flesso e descrivere il procedimento per la loro ricerca. [1 punto]



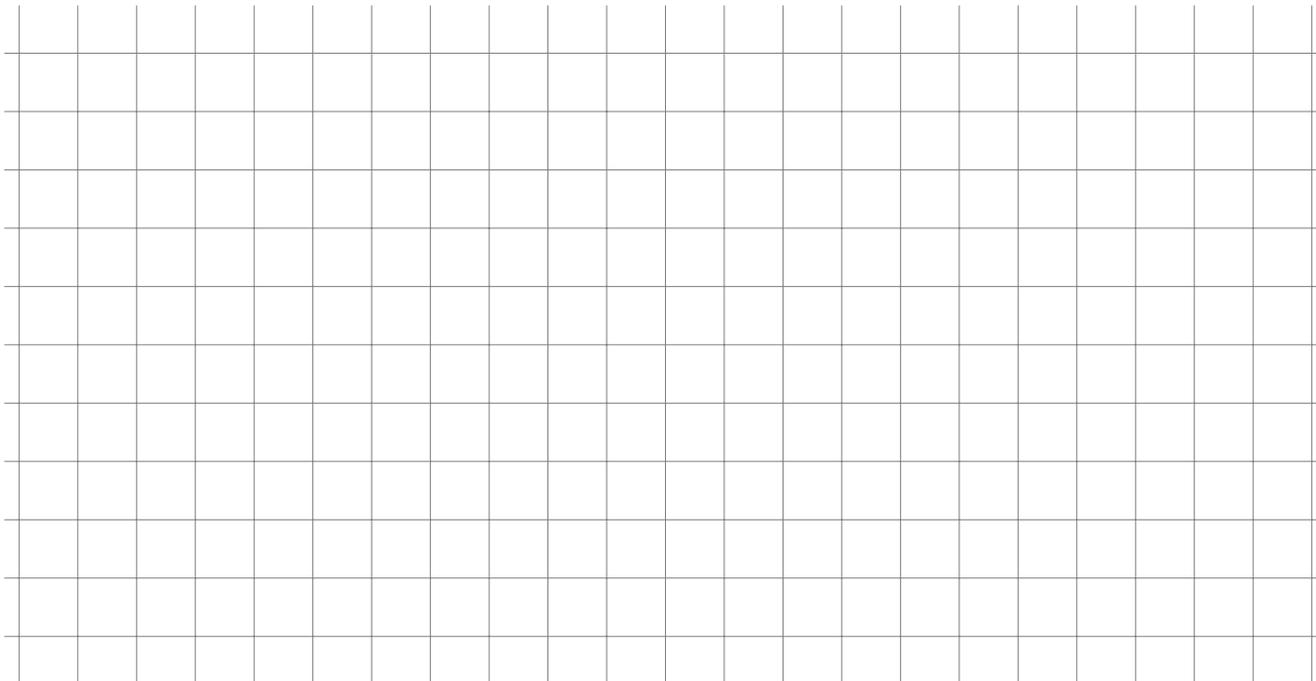


Esercizio 2 (Integrali).

Data la funzione

$$f(x) = \frac{3x + 5}{x^2 + 2x - 3}$$

- a. Calcolarne le primitive. [5 punti]
- b. Calcolare l'integrale definito nell'intervallo $[1 + e, 5 + e]$. [2 punti]
- c. Cosa rappresenta il valore ottenuto al punto precedente? (Motivare la risposta) [1 punto]

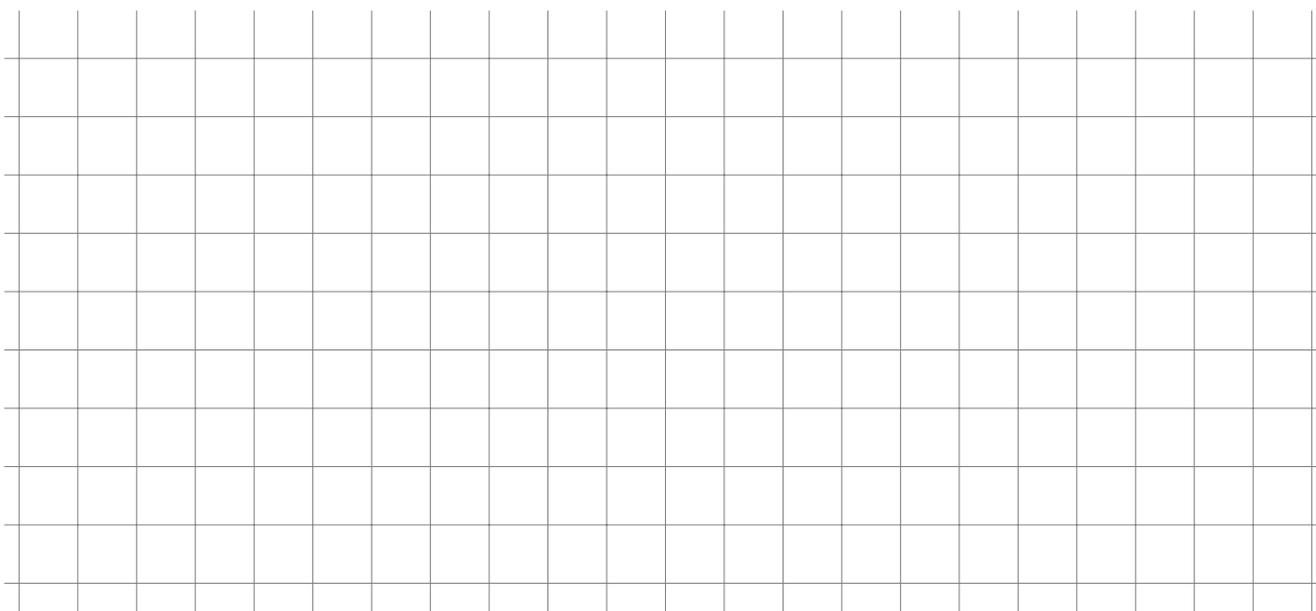


Esercizio 3 (Applicazione degli integrali).

La temperatura di una tazza di caffè è di 95°C . A temperatura ambiente, la legge di raffreddamento di Newton implica che, dopo t minuti, la temperatura del caffè è data da

$$T(t) = 20 + 75e^{-t/50}$$

Calcolare la temperatura media (=media integrale) del caffè nei primi 5 minuti.



Esercizio 4 (Statistica). Una macchina confeziona capsule che devono contenere 4 g di un dato composto. Si supponga che la quantità di composto rilasciato in ogni capsula dalla macchina sia una variabile aleatoria normale con deviazione standard pari a $\sigma = 0,20$ g. Per verificare il corretto funzionamento della macchina è stato misurato il contenuto di 12 capsule e si sono ottenuti seguenti valori.

Quantità di composto (g)	4,0	4,3	3,9	3,9	4,1	4,3	4,0	3,8	4,2	4,4	3,9	4,4
---------------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Si esegua un test per verificare che la quantità media di composto sia correttamente $\mu = 4$ g. [5 punti]
- Si indichino moda, mediana, e varianza campionaria s^2 del campione estratto. [3 punti]