Corso di Matematica Applicata (IEIT)
AA 2023-2024

Tutor: Andrea Azzarelli

Esercitazione 1
26 Ottobre

Serie di Fourier

Esercizio 1. Sviluppare in serie di Fourier la seguente funzione.

$$f(x) = x + 1, \qquad -\pi \le x < \pi.$$

Soluzione.

$$S_f(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k}(-1)^{k+1} \sin(kx)$$

Esercizio 2 (n° 4 pag 192)**.** Risolvere, ricorrendo alle serie di Fourier, l'equazione differenziale

$$y'' + 2\sqrt{2}y' + 2y = f(x), \qquad f(x) = \begin{cases} x + \frac{\pi}{2}, & -\frac{\pi}{2} \le x < 0, \\ x - \frac{\pi}{2}, & 0 \le x < \frac{\pi}{2}, \\ f(x+\pi) = f(x). \end{cases}$$

Soluzione.

$$S_f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{k} \right) \sin(2kx)$$

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1+2k^2)^2} \left[\sqrt{2}\cos(2kx) - \frac{1-2k^2}{2k} \sin(2kx) \right]$$

Esercizio 3 (15/11/22 - Compito numero 2, Es. 3)**.** Risolvere, ricorrendo alle serie di Fourier, la seguente equazione differenziale.

$$-y' + 3y = f(x), \qquad x \in [-2, 2]$$

essendo

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & -2 \le x < -1 \\ -1 & -1 \le x < 0 \\ 1 & 0 \le x < 1 \\ 2 - x & 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

Soluzione.

$$b_k = \frac{2}{k\pi} + \frac{4}{(k\pi)^2} \sin\left(k\frac{\pi}{2}\right)$$

$$y = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k\pi b_k}{36 + k^2\pi^2} \cos\left(k\frac{\pi}{2}x\right) - \frac{12 b_k}{36 + k^2\pi^2} \sin\left(k\frac{\pi}{2}x\right) -$$