

# Corso di Matematica Applicata (IEIT)

## AA 2023-2024

Tutor: Andrea Azzarelli

Esercitazione 6  
7 Dicembre

### Fattorizzazione $PA = LU$

**Esercizio 1** (28/01/20 Recupero seconda prova intermedia- Es. 2). Calcolare la fattorizzazione  $PA = LU$  della seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

e utilizzarla per calcolare il determinante di  $A$  e la terza colonna dell'inversa di  $A$ .

*Soluzione.*

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} & 1 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 6, \quad A^{-1}\mathbf{e}_3 = \left[-\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]^T.$$

**Esercizio 2** (10/01/19 Seconda prova intermedia- Es. 2). Calcolare la fattorizzazione  $PA = LU$  della matrice del sistema

$$\begin{cases} x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 2 \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

e la si usi per risolvere il sistema e per calcolare il determinante della matrice.

*Soluzione.*

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} & 1 \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 5, \quad \mathbf{x} = [0, 2, -1, 1]^T.$$