Compito di Analisi Matematica 1, 29-11-1993, Versione 1

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+1} \cos^2 \left(2^{-n} + \dfrac{\operatorname{sen} n}{n}\right)}{(n^3+1)^{5/7}} \left(\frac{n-2}{n}\right)^{n^2+1}.$$

2. (a) Risolvere l'equazione

$$z^3 |z^5| = -256i,$$

e rappresentare le soluzioni nel piano complesso, e (b) risolvere l'equazione

$$z^2 - (6+2i)z + (8+38i) = 0.$$

3. Determinare il derivato, la chiusura e la frontiera dell'insieme

$$A = \left\{ \sqrt{n^2+n+1} + (-1)^{n-1} \sqrt{n^2+1} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup \left\{ (\frac{1}{2}, 3] \cap \mathbf{Q} \right\}.$$

Determinare se A è aperto; determinare se A è chiuso.

4. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1+\sqrt{n+1}}{1+\sqrt{n+\sqrt[3]{n}}} \sqrt[n]{\frac{3^n+2^n}{5^n+7^n} \frac{n!}{n^n}}.$$

Compito di Analisi Matematica 1, 29-11-1993, Versione 2

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-3}{2n+1}\right)^{n^2+n} \frac{e^{n-1} \left[1 - \operatorname{sen}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2+3}\right)\right]}{(n\sqrt{n}+1)^{3/4}}.$$

2. (a) Risolvere l'equazione

$$z^4 |z^2| = -729,$$

e rappresentare le soluzioni nel piano complesso, e (b) risolvere l'equazione

$$z^2 + (2-4i)z - (38+16i) = 0.$$

3. Determinare il derivato, la chiusura e la frontiera dell'insieme

$$A = \left\{ \sqrt{n^2+3n+2} + (-1)^{n} \sqrt{n^2+2n} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup \left\{ [-1, \frac{1}{2}] \cap \mathbf{Q} \right\}.$$

Determinare se A è aperto; determinare se A è chiuso.

4. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1+\sqrt{n+\sqrt[5]{n}}}{1+\sqrt{n+2}} \sqrt[n]{\frac{2^n+7^n}{5^n+3^n} \frac{n^n}{n!}}.$$

Primo Parziale di Analisi Matematica 1, 25-1-1995, Versione 1

1. Determinare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\cos\left(\left(1+\frac{2}{n}\right)^{n+1}\right)}{(n+\sqrt{2n+1})\ln^{7/5}(n^2+1)}.$$

2. (a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione
$$z^3|z|^2 = i|z|^5,$$
e (b) risolvere l'equazione
$$z^6 + (27-8i)z^3 - 216i = 0.$$

3. Determinare il derivato, la chiusura e la frontiera dell'insieme
$$A = \left\{\left(1+\frac{2}{n}\right)^n : n \in \mathbf{N}\right\} \cup \left\{(e^2, 9] \cap \mathbf{Q}\right\} \cup \left\{\frac{8n+9}{n+1} : n \in \mathbf{N}\right\}.$$
Determinare se A è aperto; determinare se A è chiuso.

4. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n+\sqrt{n}}{2n+1+\cos(n)} \sqrt[n]{\binom{5n}{2n} \cdot 7^{\ln(n+1)}}.$$

Primo Parziale di Analisi Matematica 1, 25-1-1995, Versione 2

1. Determinare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2\left(\left(1-\frac{1}{n}\right)^{2n+7}\right)}{(n+\sqrt{n+1})\ln^{6/5}(n^2+1)}.$$

2. (a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione
$$z^3|z|^2 = -|z|^5,$$
e (b) risolvere l'equazione
$$z^6 + (8+27i)z^3 + 216i = 0.$$

3. Determinare il derivato, la chiusura e la frontiera dell'insieme
$$A = \left\{\left(1+\frac{2}{n}\right)^n : n \in \mathbf{N}\right\} \cup \left\{(e^2, 9) \cap (\mathbb{R} - \mathbf{Q})\right\} \cup \left\{\frac{8n+17}{n+2} : n \in \mathbf{N}\right\}.$$
Determinare se A è aperto; determinare se A è chiuso.

4. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n+\sqrt{n}}{3n+1-\operatorname{sen}(n)} \sqrt[n]{\binom{4n}{3n} \cdot 11^{\ln(n+1)}}.$$

Primo Parziale di Analisi Matematica 1, 9-2-1995, Versione 3

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\cos\left(\left(1-\frac{1}{n}\right)^{2n+7}\right)}{\left(n+\sqrt[3]{n+2}\right)\sqrt{\ln^3(n+5)+n}}.$$

2. (a) Trovare tutte le soluzioni dell'equazione

$$z^3 = |z|^2 + 2|z|,$$

e (b) risolvere l'equazione

$$z^4 - (1+(4+\sqrt{3})i)z^2 + (4i-4\sqrt{3}) = 0.$$

3. Determinare il derivato, la chiusura e la frontiera dell'insieme

$$A = \left\{(-1)^{n(n+1)/2}\,\frac{n}{n+1} : n \in \mathbf{N}\right\} \cup [1,3] \cup \{-1\}.$$

Determinare se A è aperto; determinare se A è chiuso.

4. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n\left[\ln(2n-1)+\ln(n+1)-\ln(n+3)-\ln(2n)\right]}{\sqrt{n^2+2n}-n+1}.$$

Compito 2, Analisi 1, 21-2-1994, Versione 1

1. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |x+1|\sqrt{\frac{x+1}{x}}.$$

È derivabile in $x=-1$? 10 punti.

2. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to(\pi/2)^-} (\operatorname{tg} x)^{(\sqrt{\cos x})/x}.$$

6 punti.

3. Determinare, per ogni $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\ln(n^2)}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n.$$

8 punti.

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \operatorname{arcsen}\left(x\sqrt{1-\frac{x^2}{3}}-\operatorname{sen}(x)\right)}{1-\cosh(x^3)}.$$

Si consiglia l'uso dello sviluppo $(1+z)^{1/2} = 1+\frac{1}{2}z-\frac{1}{8}z^2+O(z^3)$, $z\to 0$. 6 punti.

Compito 2, Analisi 1, 21-2-1994, Versione 2

1. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}.$$
È derivabile in $x = 0$? 10 punti.

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{\ln(x + \sqrt{x^2-1})}{\sqrt{x^2-1}} \right)^{1/(x-1)}.$$
6 punti.

3. Determinare, per ogni $x \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$, il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{n \ln^2(n)} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n.$$
8 punti.

4. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{x \operatorname{arctg} \left(x\sqrt{1 + \frac{x^2}{3}} - \operatorname{senh}(x) \right)}{1 - \cos(x^3)}.$$
Si consiglia l'uso dello sviluppo $(1+z)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{8}z^2 + O(z^3)$, $z \to 0$. 6 punti.

Compito 2, Analisi 1, 9-3-1995, Versione 1

1. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = (x-1)e^{x/(x+1)}.$$
10 punti.

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{\ln(x + \sqrt{x^2-1})}{\sqrt{x^2-1}} \right)^{1/(x-1)}.$$
6 punti.

3. Determinare, per ogni $x \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$, il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{n^2+2}\right)}{n \operatorname{sen}\left(\frac{n}{n^3+1}\right)} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)^{2n+5}.$$
8 punti.

4. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{2(1-\cos x) + 2\ln(1+x^2) - 3x^2}{x^2(e^x-1)^2}.$$
6 punti. $-13/12$

Compito 2, Analisi 1, 9-3-1995, Versione 2

1. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = (x+1)e^{-2x/(x-1)}.$$
10 punti.

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{\ln(x+\sqrt{x^2-1})}{\sqrt{x^2-1}} \right)^{1/(x-1)}.$$
6 punti.

3. Determinare, per ogni $x \in \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$, il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arcsen}\left(\dfrac{n-1}{n^3+2n}\right)}{(n+1)\operatorname{tg}\left(\dfrac{1}{n^2+1}\right)} \left(\frac{4x}{x^2+4}\right)^{2n-1}.$$
8 punti.

4. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{6(x-\operatorname{sen} x) + \ln(1-x^3)}{x(1-e^{-x^2})^2}.$$
6 punti.

Compito 3, Analisi Matematica 1, Versione 1, 15-4-1994

1. Usando l'integrazione per parti oppure un' altro metodo, calcolare l'integrale indefinito
$$\int x \operatorname{arctg}(x^2)\, dx.$$

2. È convergente l'integrale generalizzato
$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x^2+2x}},$$
e, se è convergente, qual è il suo valore?

3. Calcolare l'integrale definito
$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{dx}{\operatorname{sen} x} \sqrt{\frac{1-\operatorname{sen} x}{1+\operatorname{sen} x}}.$$

4. Determinare il carattere dell' integrale generalizzato
$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(x^{x^x})}{(x+2)\ln^{3/2}(x^2+x+6)}\, dx.$$

Compito 3, Analisi Matematica 1, Versione 2, 15-4-1994

1. Usando l'integrazione per parti oppure un' altro metodo, calcolare l'integrale indefinito
$$\int x \operatorname{arcsen}(x^2)\, dx.$$

2. È convergente l'integrale generalizzato
$$\int_1^{\infty} \frac{x+2}{(x^2+2x)\sqrt{x^2+2x}}\,dx,$$
e, se è convergente, qual è il suo valore?
3. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\cos x}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}.$$
4. Determinare il carattere dell' integrale generalizzato
$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(e^{e^{79x}})}{(x+1)\ln^{5/3}(x^2+6x+1)}\,dx.$$

Compito 3, Analisi Matematica 1, Versione 1, 20-4-1995

1. Calcolare l'integrale indefinito
$$\int x^2\sqrt{1+x^2}\,dx.$$
2. Calcolare
$$\int_0^8 \operatorname{arctg}\sqrt[4]{1+x}\,dx.$$
3. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^{\operatorname{arctg}(3/2)} \frac{1-\operatorname{tg} x}{3\operatorname{sen}(2x)+4\cos(2x)}\,dx.$$
4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_1^{\infty} \frac{2x-\operatorname{sen}(x)+1}{x^{3/2}\sqrt{x^2+x+1}}\,dx.$$

Compito 3, Analisi Matematica 1, Versione 2, 20-4-1995

1. Calcolare l'integrale indefinito
$$\int x^2\sqrt{1-x^2}\,dx.$$
2. Calcolare
$$\int_1^{16} \operatorname{arctg}\sqrt{\sqrt{x}-1}\,dx.$$
3. Calcolare l'integrale definito
$$\int_0^{\operatorname{arctg}(3/2)} \frac{1+\operatorname{tg} x}{4\operatorname{sen}(2x)+3\cos(2x)}\,dx.$$
4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_1^{\infty} \frac{3x-\cos(x)}{x^{5/3}\sqrt{x^2+x+2}}\,dx.$$