Analisi Matematica 1, Primo Parziale, 10-1-1996, Versione 1

1. Sia $\alpha = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3}$. Sia $\gamma = \alpha^{1996}$. Risolvere l'equazione $z^6 = -\gamma$.
2. Determinare la chiusura, la frontiera, i punti interni ed i punti di accumulazione dell'insieme
$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2+1} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup \left\{ (-\infty, -\frac{1}{2}) \cap \mathbf{Q} \right\} \cup (\frac{1}{5}, 1].$$
Determinare se A è chiuso, e determinare se A è aperto.
3. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!(n+2)}{((n+1)!)^2}}.$$
4. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+5x+7}{x^2+7x+5} \right)^{x+\operatorname{sen}(x^2)}.$$
5. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to\infty} \left(n + \operatorname{sen}(n^2 - 2000)\right) \left(\sqrt{n^2+6n+2} - n - 3 \right).$$

Analisi Matematica 1, Primo Parziale, 10-1-1996, Versione 2

1. Sia $\alpha = \frac{1}{2}i - \frac{1}{2}\sqrt{3}$. Sia $\gamma = \alpha^{1996}$. Risolvere l'equazione $z^6 = \gamma$.
2. Determinare la chiusura, la frontiera, i punti interni ed i punti di accumulazione dell'insieme
$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n-1}}{n^2+1} : n \in \mathbf{Z} \right\} \cup \left\{ (-\infty, -\frac{1}{5}) \setminus \mathbf{Q} \right\} \cup (\frac{1}{2}, 1].$$
Determinare se A è chiuso, e determinare se A è aperto.
3. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n-1)!(n+3)}{((n+2)!)^2}}.$$
4. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+3x+8}{x^2+8x+3} \right)^{x-\operatorname{sen}(2x)}.$$
5. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to\infty} \left(n + \operatorname{sen}(n^{2000})\right) \left(\sqrt{n^2+4n+22} - n - 2 \right).$$

Analisi Matematica 1, Primo Parziale, 9-1-1996, Versione 3

1. Sia $\alpha = \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}\sqrt{3}$. Sia $\gamma = \alpha^{1996}$. Risolvere l'equazione $z^3 = i\gamma$.

2. Determinare la chiusura, la frontiera, i punti interni ed i punti di accumulazione dell'insieme

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n^2+1} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup \left\{ (-\infty, -\frac{1}{2}) \setminus \mathbf{Q} \right\} \cup (\frac{1}{5}, 1].$$

Determinare se A è chiuso, e determinare se A è aperto.

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n+1)!(n+2)}{((n+1)!)^2}}.$$

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x^2+4x+9}{x^2+9x+4} \right)^{2x-\operatorname{sen}(x^x)}.$$

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to\infty} \left(n - \operatorname{sen}(\operatorname{tg}(n^{2000}))\right) \left(\sqrt{n^2+8n+2} - n - 4 \right).$$

Analisi Matematica 1, Secondo Parziale, 8-3-1996, Versione 1

1. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \operatorname{arcsen} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right).$$

2. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^3 + 3\operatorname{sen}(x) - 3\operatorname{senh}(x)}{(\operatorname{tg} x)^7}.$$

3. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{15} (x^2+64)^{1/2}\, dx.$$

4. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x^4+3x+1}{x(x^2+9)^2}\, dx.$$

5. Utilizzando l'integrazione per parti o un altro metodo si calcoli l'integrale

$$\int_3^{15/2} \ln(-x + \sqrt{x^2+16})\, dx.$$

Analisi Matematica 1, Secondo Parziale, 8-3-1996, Versione 2

1. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right).$$

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2+\cos(x)-\cosh(x)}{[\ln(1+x)]^6}.$$
3. Calcolare l'integrale
$$\int_8^{17} (x^2-64)^{1/2}\,dx.$$
4. Calcolare l'integrale indefinito
$$\int \frac{x^4+2x^3+1}{x(x^2+4)^2}\,dx.$$
5. Utilizzando l'integrazione per parti o un altro metodo si calcoli l'integrale
$$\int_5^{17/2} \ln\left(x+\sqrt{x^2-16}\right)dx.$$

Analisi Matematica 1, Terzo Parziale, 26-4-1996, Versione 1

1. Determinare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(3n)!}{((n+1)!)^3\, 4^{3n}}.$$
2. Per ogni $z \neq -3$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}} \left(\frac{2z-4}{z+3}\right)^n.$$
3. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_0^1 (-\ln x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\,dx.$$
4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(x^2+13x)}{\sqrt{x^4+2x+3}}\,dx.$$
5. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$u' = -\frac{u}{\operatorname{tg} t} + 2\cos t$$
e la soluzione sotto la condizione iniziale $u(0)=0$. Consiglio: $\frac{d}{dt} \ln|\operatorname{sen} t| = (1/\operatorname{tg} t)$.
6. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$u'' + 6u' + 25u = 1 + \cos(t)$$
e la soluzione sotto le condizioni iniziali $u(0) = u'(0) = 0$.

Per $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ sia Voto$[j]$ il voto dell'esercizio j-esimo. Allora Voto$[j] \in [0, 6]$ e
$$\text{Voto} = \sum_{j=1}^{6} \text{Voto}[j] - \min\{\text{Voto}[i] : i = 1, 2, 3, 4\}.$$

Analisi Matematica 1, Terzo Parziale, 26-4-1996, Versione 2

1. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(3n+1)!}{(n!)^3\, 4^{3n+1}}.$$

2. Per ogni $z \neq 3$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln(\ln n)}} \left(\frac{2z+5}{z-3}\right)^n.$$

3. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_0^1 (-\ln^2(1-x))\sqrt{\frac{1+x}{x}}\, dx.$$

4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_0^\infty \frac{\cos(x^2+31x)}{\sqrt{x^4+3x+2}}\, dx.$$

5. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u' = -\frac{u}{\operatorname{tg} t} + 2\operatorname{sen} t$$

e la soluzione sotto la condizione iniziale $u(0)=0$. Consiglio: $\frac{d}{dt} \ln|\operatorname{sen} t| = (1/\operatorname{tg} t)$.

6. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u'' + 4u' + 25u = 1 + \operatorname{sen}(t)$$

e la soluzione sotto le condizioni iniziali $u(0) = u'(0) = 0$.

Per $j = 1,2,3,4,5,6$ sia Voto$[j]$ il voto dell'esercizio j-esimo. Allora Voto$[j] \in [0,6]$ e

$$\text{Voto} = \sum_{j=1}^{6} \text{Voto}[j] - \min\{\text{Voto}[i] : i = 1,2,3,4\}.$$