Primo Parziale di Analisi Matematica 1, 10-1-1997, Versione 1

1. Risolvere l'equazione
$$z^2 + (-6-2i)z + (11+10i) = 0.$$
2. Determinare il derivato, la chiusura, i punti interni e la frontiera dell'insieme
$$E = \left\{ \left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n} \right)^{n^2} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup [e, 3].$$
Determinare se E è aperto; determinare se E è chiuso.
3. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n^2+3n\sqrt{n}} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt{2n+2}}.$$
4. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} \left[(2n+1)(2n+2)(2n+3)\cdots(3n-1)(3n)(3n+1)\right]^{1/n}.$$
5. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+\operatorname{tg} x)^3 - 3\operatorname{tg} x - 1}{(2^{\operatorname{tg} x}-1)\operatorname{sen}(\ln(1+x))}.$$

Primo Parziale di Analisi Matematica 1, 10-1-1997, Versione 2

1. Risolvere l'equazione
$$z^2 + (2-2i)z + (-7-26i) = 0.$$
2. Determinare il derivato, la chiusura, i punti interni e la frontiera dell'insieme
$$E = \left\{ \left(\frac{n^2+3n+2}{n^2+2n+1} \right)^{n^2-1} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup [e, 4).$$
Determinare se E è aperto; determinare se E è chiuso.
3. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)\cdot\left(\sqrt{n^2+3\sqrt{n}+\sqrt[3]{n+1}} - \sqrt{n^2+1}\right)}{\sqrt{2n+2}}.$$
4. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} \left[(2n-1)(2n)(2n+1)\cdots(3n-2)(3n-1)(3n)\right]^{1/n}.$$
5. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{1+3\operatorname{sen} x - (1+\operatorname{sen} x)^3}{(5^{\operatorname{sen} x}-1)\ln(1+\operatorname{tg} x)}.$$

Primo Parziale di Analisi Matematica 1, 31-1-1997, Versione 3

1. Risolvere l'equazione
$$z^3 = 1 + i.$$
2. Determinare il derivato, la chiusura, i punti interni e la frontiera dell'insieme
$$E = \left\{ \left(\frac{n^2+n+1}{n^2+1} \right)^{n^2} : n \in \mathbf{N} \right\} \cup ([e, 5] \cap \mathbf{Q}).$$
Determinare se E è aperto; determinare se E è chiuso.
3. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{[\sqrt{1+3^{n+1}+9^n} - 3^n]\sqrt{2n\mathrm{sen}\,(n) + 9^n}}{(\sqrt{3})^{2n+1}}.$$
4. Calcolare il limite
$$\lim_{n\to+\infty} n \left\{ -1 + \log_2 \left(\frac{2n^2+n+1}{n^2+1} \right) \right\}.$$
5. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{x\,\mathrm{sen}\,(e^{x^2} - 1)}{(\cos x - 1)\log_2(1 + \mathrm{tg}\,x)}.$$

Secondo Parziale di Analisi Matematica 1, 14-3-1997, Versione 1

1. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = x^3 \left(\ln|x| - \frac{1}{3} \right).$$
2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0+} \frac{x - (\mathrm{sen}\,\sqrt{x})^2 - (\mathrm{sen}\,x)^2}{\ln(1+x^2)}.$$
3. Calcolare l'integrale
$$\int_0^3 \frac{\ln(x^2+1)}{(x+2)^2}\,dx.$$
4. Calcolare l'integrale
$$\int_{1/12}^{25/12} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}}.$$
5. Calcolare l'integrale
$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{dx}{\mathrm{sen}\,x} \sqrt{\frac{1-\mathrm{sen}\,x}{1+\mathrm{sen}\,x}}.$$

Secondo Parziale di Analisi Matematica 1, 14-3-1997, Versione 2

1. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = x(\ln|x|)^2.$$

2. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(\operatorname{sen} x)^2 + 3x - 3(\operatorname{sen}\sqrt{x})^2}{\operatorname{arcsen}(x^2)}.$$

3. Calcolare l'integrale
$$\int_0^2 \frac{\ln(x^2+1)}{(x+3)^2}\,dx.$$

4. Calcolare l'integrale
$$\int_{25/12}^{9/4} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}}.$$

5. Calcolare l'integrale
$$\int_0^{\pi/3} \frac{dx}{\cos x}\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}.$$

Terzo Parziale, Analisi Matematica 1, 30-4-1997, Versione 1

1. Determinare se la seguente serie è assolutamente convergente, semplicemente convergente o divergente:
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\,\ln(n)\,[1+\ln(\ln n)]^{3/2}}.$$

2. Trovare i valori di $z \in \mathbb{R}\setminus\{-2\}$ per cui la seguente serie è assolutamente convergente, semplicemente convergente e divergente:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+3}+1}{3^{3n+1}+1}\left(\frac{z}{z+2}\right)^{n+2}.$$

3. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_0^1 \left(\frac{1-x^x}{\operatorname{sen} x}\right)^2 dx.$$

4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(5x^2+2x)}{\sqrt{x^3+2x}}\,dx.$$

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$u'' + 14\,u' + 53\,u = 0, \qquad u(0) = 1, \qquad u'(0) = 0.$$

6. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u' = 3t^2(4 - u^2).$$

Calcolare il limite di $u(t)$ se $t \to +\infty$.

$$\text{Voto} = \sum_{j=1}^{6} \text{Voto}\,[j] - \min_{j=1,\cdots,6} \text{Voto}\,[j].$$

Terzo Parziale, Analisi Matematica 1, 30-4-1997, Versione 2

1. Determinare se la seguente serie è assolutamente convergente, semplicemente convergente o divergente:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\,\ln(n)\,[1 + \ln(\ln n)]^{4/3}}.$$

2. Trovare i valori di $z \in \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ per cui la seguente serie è assolutamente convergente, semplicemente convergente e divergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{3n+2} + 1}{2^{2n+1} + 1} \left(\frac{z}{z+4} \right)^{n+1}.$$

3. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \left(\frac{1 - x^x}{\operatorname{tg} x} \right)^2 dx.$$

4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(2x^3 + 5x)}{\sqrt{x^3 + 4x^2}}\, dx.$$

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$u'' + 12\,u' + 45\,u = 0, \qquad u(0) = 1, \qquad u'(0) = 0.$$

6. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$u' = 2t^4(9-u^2).$$
Calcolare il limite di $u(t)$ se $t \to +\infty$.

$$\text{Voto} = \sum_{j=1}^{6} \text{Voto}\,[j] - \min_{j=1,\cdots,6} \text{Voto}\,[j].$$

Terzo Parziale, Analisi Matematica 1, 30-4-1997, Versione 3

1. Determinare il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(\operatorname{sen} n)^2}{n[1+\log^2 n]}.$$

2. Determinare l'insieme di tutti gli z per cui la serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+1}{3^n+1} \left(\frac{z}{z+2}\right)^{n+3}$$
è (assolutamente) convergente.

3. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(x^2+1)}{\sqrt{x^3+2x+5}}\,dx.$$

4. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_{-2}^{3} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2-x-6}}.$$

5. Risolvere l'equazione differenziale
$$u' = 2x(1-u^2).$$

6. Risolvere l'equazione differenziale
$$u'' + 10\,u' + 29\,u = 0$$
sotto le condizioni iniziali $u(0)=1$, $u'(0)=1$.

$$\text{Voto} = \sum_{j=1}^{6} \text{Voto}\,[j] - \min_{j=1,\cdots,6} \text{Voto}\,[j].$$