Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 19-9-1997

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'(t) = y(1-y), \qquad y(0) = 2.$$

   Calcolare il limite di $y(t)$ se $t \to +\infty$.

2. Per ogni $z \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \log\log n + \sqrt{n}} \left(\frac{z+1}{3z}\right)^{2n+7}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \left\{\log_2(2x^2 + x + 1) - \log_2(x^2+1)\right\}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{-1/\sqrt{x}} + x.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1 - \cos^4 x}\, dx.$$