Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 16-5-1995

1. Risolvere l'equazione
$$z^4 - 2i\,z^2 - 1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + i\right)^2.$$

2. Per ogni $x \in \mathbf{R}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{tgh}(2 - \operatorname{arctg}(n!))}{(2n+5)\ln n} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^{3n+2}.$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x \to 0} \left(1 - \cos x + \frac{1}{2}\operatorname{senh}^2 x\right)^{1/\ln(x^2)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = x + \frac{1}{4}\sqrt[3]{1-x^3}.$$

5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_{2\ln 2}^{4\ln 2} \frac{x\,e^x}{\sqrt{e^x - 4}}\,dx,$$
e calcolare il suo valore se è convergente.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 16-5-1995

1. Risolvere l'equazione
$$z^4 - 2i\,z^2 - 1 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} + i\right)^2.$$

2. Per ogni $x \in \mathbf{R}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{tgh}(2 - \operatorname{arctg}(n!))}{(2n+5)\ln n} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^{3n+2}.$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x \to 0} \left(1 - \cos x + \frac{1}{2}\operatorname{senh}^2 x\right)^{1/\ln(x^2)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = x + \frac{1}{4}\sqrt[3]{1-x^3}.$$

5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_{2\ln 2}^{4\ln 2} \frac{x\,e^x}{\sqrt{e^x - 4}}\,dx,$$
e calcolare il suo valore se è convergente.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 13-6-1995

1. Sia $\alpha = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} i\sqrt{3}$. Calcolare $\gamma = \alpha^{17}$ e risolvere l'equazione $z^2 = \gamma$.
2. Per ogni $x \in \mathbf{R} - \{-5\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}\left(2 - \operatorname{arctg}\left(e^{n+3}\right)\right)}{(3n-2)\ln n} \left(\frac{2x-3}{x+5}\right)^{n+2}.$$
3. Calcolare il limite
$$\lim_{x \to \pi/2} \left(\operatorname{sen}^2 x\right)^{\operatorname{tg}^2 x}.$$
4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = 2x + 3\sqrt[3]{(e^x - 2)^2}.$$
5. Calcolare l'integrale
$$\int_{1/\sqrt{2}}^{1} x^2 \operatorname{arcsen}\left(x^2 - 1\right) dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 3-7-1995

1. Trovare le soluzioni, nel campo complesso, dell'equazione
$$(-1+i)^3 z^6 = 1.$$
2. Per ogni $x \in \mathbf{R} - \{5\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n+1)}{n^2(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})} \left(\frac{2x-3}{x-5}\right)^{n+2}.$$
3. Calcolare il limite
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}(x)} - \sqrt{1 - \operatorname{tg}(x)}}{\operatorname{sen}(x)}\right)^{1/x^2}.$$
P.S. $\sqrt{1 \pm z} = 1 \pm \frac{1}{2} z - \frac{1}{8} z^2 + O(z^3)$ se $z \to 0$.
4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = 2\operatorname{arctg}(x) + \ln|x|.$$
P.S. Il polinomio $x^3 + 3x^2 - x + 1$ ha il singolo zero reale $x_0 \simeq -3,38298$.
5. Calcolare l'integrale
$$\int_{1/2}^{1/\sqrt{2}} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 15-9-1995

1. Risolvere l'equazione
$$z^6 + (i-8)z^3 - 8i = 0.$$
2. Per ogni $x \in \mathbf{R}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n + 3^n}{5^n + 6^n} (1+x)^n.$$
3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{(1-\cos 5x)\operatorname{tg} 3x}{x(\operatorname{sen} x + x^3)^2}.$$
4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \frac{x-1}{x}\sqrt{x^2-1}.$$
5. Stabilire la convergenza dell'integrale generalizzato
$$\int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\sqrt{(1-2\operatorname{sen} x)(1+\cos x)}},$$
   e determinare il suo valore.

$$\operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \qquad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \qquad \operatorname{tg} 15^\circ = 2-\sqrt{3}.$$

Il risultato dello scritto scadrà il 27-10-1995.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 20-10-1995

1. Sia $\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} i\sqrt{3}$. Calcolare $\gamma = \alpha^7$ e risolvere l'equazione $z^2 = \gamma$.
2. Per ogni $x \in \mathbf{R} - \{0\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{|x|^{nx}}{n \ln^3 n}.$$
3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{6}{1-\cos x} - \frac{12}{x^2}\right)^{1/x^2}.$$
4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \sqrt{1-\operatorname{sen} x}.$$
5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato
$$\int_{\ln 2}^{2\ln 2} \frac{x\, e^x}{\sqrt{4-e^x}}\, dx,$$
   e calcolare il suo valore se è convergente.

Il risultato dello scritto scadrà il 24-11-1995.

Prova Scritta, Analisi Matematica 1 F/I, 28-11-1995

1. Risolvere l'equazione
$$z^6 + (i-8)z^3 - 8i = 0,$$
e rappresentare le sue soluzioni nel piano complesso.

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbf{R}$, il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{3^n + 4^n} \left(\frac{4z-8}{6+3z}\right)^n.$$
Distinguere fra la convergenza assoluta e la convergenza semplice.

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{x(1-\cos x)}{(\operatorname{tg}^2 x)\ln(1+x) - x + \operatorname{sen} x}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = (2-x)e^{x/(x+2)}.$$

5. Calcolare l'integrale
$$\int_{\frac{4}{9}}^{4} \sqrt[3]{\frac{4-x}{x}}\,\frac{dx}{x}.$$

Il risultato dello scritto scadrà il 12-1-1996.

Prova Scritta, Analisi Matematica 1 F/I, 15-12-1995

1. Risolvere l'equazione
$$8|z|^2 + 9 = z^4.$$

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbf{R}$, il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \left(\frac{4z-8}{(6+3z)e}\right)^n.$$
Distinguere fra la convergenza assoluta e la convergenza semplice.

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{[2-2\cos x - x^2][(1+x)^{5/3} - 1]}{\operatorname{sen}^5 x}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \ln\left(x + 2 + \frac{1}{x}\right).$$

5. Calcolare l'integrale
$$\int_0^8 \operatorname{arctg} \sqrt[4]{1+x}\,dx.$$

Il risultato dello scritto scadrà il 26-1-1996. Buon Natale.

Prova Scritta, Analisi Matematica 1, 26-1-1996

1. Risolvere l'equazione
$$z^6 + 64 = 0,$$
e rappresentare le sue soluzioni nel piano complesso.

2. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[2 - \cos(1/\sqrt{n})\right]^{-2n^2} \left(\frac{ez}{z+1}\right)^n$$
al variare di $z \in \mathbf{R} - \{-1\}$.

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 2} \left(3 + \sqrt{x+14} - 3\sqrt{x+2}\right)^{1/\ln(x^2-3)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x+1}}.$$

5. Calcolare
$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\left[x + \sqrt{x^2+x+1}\right]^2}\, dx.$$

Il risultato dello scritto scadrà il 1-3-1996.