Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 20-5-1996, Versione I

1. [Vecchio programma]. Risolvere l'equazione

$$u^3\,\overline{u} = 2u\,\overline{u} + 8.$$

1. [Nuovo programma]. Risolvere l'equazione differenziale

$$u' = -3t^2\,u + t^5\,e^{-t^3}.$$

2. Per ogni $x \in \mathbb{R} - \{1/4\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}\,\frac{1}{n^2}\,\left(\frac{1-z}{4z-1}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{tgh}(x)) - \operatorname{tgh}(\operatorname{sen}(x))}{x^7}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2+1}.$$

5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_{2\ln 3}^{4\ln 3} \frac{x\,e^x}{\sqrt{e^x - 9}}\,dx,$$

e calcolare il suo valore se è convergente.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 20-5-1996, Versione II

1. [Vecchio programma]. Risolvere l'equazione

$$u^3\,\overline{u} = u\,\overline{u} + 12.$$

1. [Nuovo programma]. Risolvere l'equazione differenziale

$$u' = 3t^2\,u + t^4\,e^{t^3}.$$

2. Per ogni $x \in \mathbb{R} - \{1/4\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}\,\frac{1}{n}\,\left(\frac{z+1}{4z-1}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{senh}(\operatorname{tg}(x)) - \operatorname{tg}(\operatorname{senh}(x))}{x^7}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 1}.$$

5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_{\ln 2}^{2\ln 2} \frac{x\,e^x}{\sqrt{4 - e^x}}\,dx,$$

e calcolare il suo valore se è convergente.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 12-6-1996

1. [Vecchio programma]. Risolvere l'equazione

$$z^6 + (1+8i)z^3 + 8i = 0.$$

1. [Nuovo programma]. Risolvere l'equazione differenziale

$$u'' + 6u' + 13u = 1 + t.$$

2. Per ogni $x \in \mathbb{R} - \{1/2\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}{\sqrt{n+2}\,(\ln n)^2} \left(\frac{2+z}{2z-1}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt{1-\operatorname{tg} x}}{\ln(1+\operatorname{senh} x)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (1-x)e^{x/(x+1)}.$$

5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{1-\operatorname{sen}(2x)}}$$

e calcolare il suo valore se è convergente.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 8-7-1996

1. [Vecchio programma]. Risolvere l'equazione

$$z^4 = |z|^2 + 12$$

e rappresentare le loro soluzioni nel piano complesso.

1. [Nuovo programma]. Risolvere l'equazione differenziale

$$t^3 u' = \sqrt{1-u^2}.$$

Trovare la soluzione sotto la condizione iniziale $u(1/\sqrt{\pi}) = (1/2)$.

2. Per ogni $z \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1.3.5.\cdots.(2n+1)}{2.4.6.\cdots.(2n)} \left(\frac{2z}{z^2+1}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to-\infty} xe^{-x}\operatorname{sen}\left(e^x \operatorname{sen}\left(\frac{2}{x}\right)\right).$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^4+3}{x^2+1}}.$$

5. Determinare il carattere dell'integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{\operatorname{arcsen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x(1-x)}}\,dx$$

e calcolare il suo valore se è convergente.

Prova Scritta, Analisi Matematica 1, 27-9-1996

1. [Vecchio Programma] Risolvere l'equazione

$$z^4 + 4z^2 + 16 = 0,$$

e rappresentare le sue soluzioni nel piano complesso.

1. [Nuovo Programma] Risolvere l'equazione differenziale

$$u'(t) = u^2 + 4t^2u^2.$$

Calcolare la soluzione generale e le soluzioni sotto la condizione iniziale $u(\frac{1}{2}) = 1$.

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\ln(1 + \frac{1}{\sqrt{n}})\right)^4}{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)} \left(\frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}\right)^n.$$

Distinguere fra la convergenza assoluta e la convergenza semplice.

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 3} \left(1 + \sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}\right)^{1/\operatorname{tg}(x^2 - 9)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{(1 + x)^{1/2}}{\sqrt{x}}.$$

È derivabile in $x = -1$?

5. Calcolare l'integrale generalizzato

$$\int_{\sqrt{5}}^{\infty} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1}}{\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 1}} \frac{dx}{x^2 - 1},$$

se è convergente. Se è divergente, dimostrare la sua divergenza.

Scritto Generale, Analisi Matematica 1, 25-10-1996

1. [vecchio programma] Risolvere l'equazione

$$z^6 - 19i\, z^3 + 216 = 0.$$

1. [nuovo programma] Risolvere l'equazione differenziale

$$u'' + 12\, u' + 45u = 1 + t.$$

2. Determinare il carattere [convergenza assoluta, convergenza semplice, divergenza] della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n}\, 2^n z^{2n+1}$$

al variare di $z \in \mathbf{R}$.

3. Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{60(x\,\cos(x) - 3\,\mathrm{sen}\,(x) + 2x)}{x^5} \right)^{1/x^2}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \frac{1 + 2\,\mathrm{sen}^{\,2}(x)}{2 - \cos^2(x)}\, dx.$$

Prova Scritta, Analisi Matematica 1, 22-11-1996

1. [vecchio programma] Risolvere l'equazione

$$|z|^4 z^4 = 256.$$

2. [nuovo programma] Risolvere l'equazione differenziale

$$u' = -u^2 \mathrm{sen}\,(t).$$

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \mathrm{arctg}\,(1/n^2)}{\sqrt{n^2+1}} \left(\frac{z}{z+2}\right)^n.$$

Distinguere fra la convergenza assoluta e la convergenza semplice.

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 + \mathrm{tg}\,x} - \sqrt{1 - \mathrm{tg}\,x}}{-1 + \sqrt{x+1}}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{1 + 2\sin^2 x}{1 + 2\cos^2 x}\, dx.$$

Scritto Generale, Analisi Matematica 1, 24-1-1997

1. [Nuovo Programma] Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u'(t) = u^2 + u^2 t^4.$$

   Trovare la soluzione sotto la condizione iniziale $u(1) = 0$.

1. [Vecchio Programma] Risolvere l'equazione

$$|z|^4 z^4 + 256 = 0.$$

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \operatorname{arctg}(1/n)}{\sqrt{n+1}} \left(\frac{z-3}{z+2} \right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen} x} - \sqrt{1 + \operatorname{sen} x}}{-1 + \sqrt{x + 1 + x^2}}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{1-x}}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{1 + 2\cos^2 x}{1 + 2\sin^2 x}\, dx.$$

Scritto Generale, Analisi Matematica 1, 24-2-1997

1. [Nuovo Programma] Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u''(t) + 4u'(t) + 4u(t) = t + 2.$$

1. [Vecchio Programma] Risolvere l'equazione

$$z^6 + 5z^3 + 6 = 0.$$

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\sqrt{n}\,\ln(n)} \left(\frac{z}{z+2}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[4]{1-4x^2+x^4} - 1 + x^2}{x^2 \ln(1+x^2)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = x\, e^{-(13/6)\operatorname{arctg}(x)}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}\, dx.$$