Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 16-5-1997, Versione I

1. Risolvere l'equazione differenziale
$$u'' - 4\,u = e^{2t}$$
sotto le condizioni iniziali $u(0) = 3$ e $u'(0) = 0$.

2. Per ogni $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2/3\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1.4.7.10.\cdots.(3n+1)}{3.7.11.15.\cdots.(4n+3)} \left(\frac{-4z}{2+3z}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{senh}^2(\operatorname{tg}(x))}{x\ln(1+x)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^4+1}}$$
senza discuterne la derivata seconda. Dimostrare che il grafico ha almeno tre punti di flesso.

5. Calcolare l'integrale
$$\int_0^{\pi/3} \frac{2\operatorname{sen}(x)}{(\cos x)^3} \ln\frac{2-\operatorname{tg}x}{2+\operatorname{tg}x}\,dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 16-5-1997, Versione II

1. Risolvere l'equazione differenziale
$$u'' - 9\,u = e^{3t}$$
sotto le condizioni iniziali $u(0) = 2$ e $u'(0) = 0$.

2. Per ogni $x \in \mathbf{R} \setminus \{1/3\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2.5.8.11.\cdots.(3n+2)}{1.5.9.13.\cdots.(4n+1)} \left(\frac{4z}{1-3z}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(\operatorname{tgh}^2(x))}{x(e^x-1)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^4+8}}$$

senza discuterne la derivata seconda. Dimostrare che il grafico ha almeno tre punti di flesso.

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/6} \frac{2\,\mathrm{sen}\,(x)}{(\cos x)^2} \ln \frac{2+\mathrm{tg}\,x}{2-\mathrm{tg}\,x}\,dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 13-6-1997

1. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u'(t) = \frac{u(t)e^{2t}}{1+e^{2t}}.$$

Qual'è la soluzione dell'equazione differenziale che soddisfa la condizione $u(\ln 3) = 0$?

2. Per ogni $x \in \mathbf{R}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n} + 3\,\cos^2 n + n\,2^{-n}}{n^3 - |\mathrm{sen}\,(n^2)| + 4} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)^{3n}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{1-\cos(1/x)} - 2x^2\right) \frac{x+\mathrm{sen}\,(x)}{-\cos(x)+2x}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+1}}.$$

5. Calcolare l'integrale generalizzato

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{(2\,\mathrm{sen}\,x-1)(1+\cos x)}}.$$

$$\operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}, \qquad \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}, \qquad \operatorname{tg} 15^\circ = 2-\sqrt{3},\ \operatorname{cotg} 15^\circ = 2+\sqrt{3}.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 11-7-1997

1. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$u'' - 4\,u = \cosh(2t).$$

2. Per ogni $z \in \mathbf{R} \setminus \{-1\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,\log n + \sqrt{n+1}} \left(\frac{2z}{z+1}\right)^{3n+2}.$$

3. Calcolare il limite
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt[3]{1-\operatorname{tg} x} - \frac{2}{3}\operatorname{sen} x}{x\,\log_2(1+5x)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione
$$f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+1}}.$$

5. Calcolare l'integrale generalizzato
$$\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x+10)^{3/2}}.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 19-9-1997

1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy
$$y'(t) = y(1-y), \qquad y(0) = 2.$$
Calcolare il limite di $y(t)$ se $t \to +\infty$.

2. Per ogni $z \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ si determini il carattere della serie
$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\,\log\log n + \sqrt{n}} \left(\frac{z+1}{3z}\right)^{2n+7}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \left\{\log_2(2x^2+x+1) - \log_2(x^2+1)\right\}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = e^{-1/\sqrt{x}} + x.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi} \sqrt{1-\cos^4 x}\, dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 24-10-1997

1. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) + 4y(t) = 3t.$$

2. Per ogni $z \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,(\log n)^{3/4} + n\sqrt{n}} \left(\frac{2z+3}{z}\right)^{n+1}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \left\{\frac{1}{x} - \log_3\left(9\cdot 3^{1/x}+2\right)\right\}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{1-|x|}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^8 \operatorname{arctg}\,(\sqrt{1+x})\, dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 25-11-1997

1. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y'(t) = y(t)^2 - 2y(t) + 2.$$

Ciò include le eventuali soluzioni costanti.

2. Per ogni $z \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ si determini il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{\pi^n + 4^n} \left(\frac{z+1}{z} \right)^{n+1}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x^{\operatorname{sen}^2(x)} - 1}{\operatorname{tg}(x)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^4+1}{x}}.$$

5. Calcolare l'integrale generalizzato

$$\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^{3/2}}\, dx.$$

Scritto generale, Analisi Matematica 1, 23-1-1998

1. Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale:

$$u''(t) - 4u'(t) + 4u(t) = 2 - t.$$

2. Determinare, per ogni $z \in I\!R \setminus \{0\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\operatorname{arcsen}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\sqrt{n}\ln(n)} \left(\frac{z-2}{z} \right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - x^2 - \sqrt{1 - 2x^2 + x^3}}{x \ln(1+x^2)}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = xe^{\frac{13}{6}\operatorname{arctg}(x)}.$$

5. Calcolare integrale

$$\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{(1-x)\sqrt{x^2-2x+2}}\, dx.$$

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 27-2-1998

1. Risolvere l'equazione differenziale

$$u' = -3t^2\, u + t^5\, e^{-t^3}.$$

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbf{R}\backslash\{-2\}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\operatorname{arctg}(1/n)}{n^{5/4}} \left(\frac{z-3}{z+2}\right)^n.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt{1-\operatorname{tg} x}}{-1+\sqrt{x+1}}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^3-2x}{x^2+1}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{0}^{\pi/2} \frac{1+2\operatorname{sen}^2(x)}{2-\cos^2(x)}\, dx.$$

L'ultimo giorno per fare l'orale è il 30 aprile. Dopo questa data il responsabile per il corso sarà il Dott. Lucio Cadeddu.

Analisi Matematica 1, F/I, Scritto Generale, 26-3-1998

1. Risolvere l'equazione differenziale

$$u'' + 2u' + 2u = \cos t.$$

2. Determinare, per ogni $z \in \mathbf{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arcsen}(1/n)}{\sqrt{n^2+1}} \left(\frac{z^2-1}{z^2+1}\right)^{n+3}.$$

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln\left(\dfrac{e^{x^2}-1}{x^2}\right)}{1-\cos x}.$$

4. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^3-3x}{3x^2-10}.$$

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{2x \operatorname{arctg} x}{(1+x^2)^2}\, dx.$$

L'ultimo giorno per fare l'orale è il 30 aprile. Dopo questa data il responsabile per il corso sarà il Dott. Lucio Cadeddu.