

Cognome e nome: ..... Matricola: .....

1. Trovare  $A$ , poi  $\sup A$ ,  $\inf A$  e  $\max A$ ,  $\min A$  (se esistono), dove

a)  $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x - 8 \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 17| < 9\}$ .

b)  $A = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq |x - 4| < 5\}$ .

2. Scrivere la formula del binomio di Newton per  $(\xi + \eta)^{73}$ . Trovare poi il coefficiente in fronte di  $z$  e  $z^2$  del polinomio  $(1 - 2z)^{73}$ .

3. Studiare i limiti delle successioni.

a)  $a_n = \frac{3n - 7}{5n}$  e dimostrare usando la definizione.

b)  $a_n = \frac{3\sqrt[3]{n}(1 + n^4) - 7n^{25/6}}{2006 + 12n^{13/3}}$ .

c) \*  $a_n = \frac{9^{n+1} + 36n^4 - 5}{9^n + 4n^4}$ . Inoltre, studiare se la successione è monotona. Enunciare un teorema notevole per successioni monotone.

4. Trovare i limiti:

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 9x + 2x})$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2^{x+2} - 1 + \sin(3x + 6)}{(x^2 + 3x + 2) \ln(6 + x)}$ . Potete risolvere mediante due metodi.

c)\*  $\lim_{t \rightarrow 0} (\cos(8t))^{\cot g^2(3t)}$ .

5. Sia  $f(x) = \begin{cases} \mu x^2 + \lambda x & \text{se } x \in [1, 2] \\ x & \text{se } x \in [-2, 1[ \\ \mu x - 4 & \text{se } x \in [-3, -2[ \end{cases}$ , essendo  $\lambda$  e  $\mu$  parametri reali. Trovare tutte i  $\lambda$  e  $\mu$

t.c.  $f$  è continua in  $[-3, 2]$ . Per tali  $\lambda$  e  $\mu$  trovare l'immagine di  $f$ .

6. Trovare  $f'(x)$  e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, f(x_0))$ , dove

a)  $f(x) = \ln(12x^2 + 2 \cos(10\pi x))$ ,  $x_0 = -1/2$ ;

b)  $f(x) = 7x^{3x}$ ,  $x_0 = 1$ .

7. Sia  $f(x) = axb^{-x}$ , dove  $a = \ln 25$ ,  $b = 5$ .

i) Studiare il comportamento di  $f$  per  $x \rightarrow \pm\infty$  (trovare  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$ ).

ii) Trovare  $f'(x)$ , massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?

iii) trovare  $f''(x)$  e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.

iv) Tracciare il grafico.