Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2006/2007

Parziale n. 1, 21.11. 2006, **VERSIONE ..C.**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Trovare A, poi $\sup A$, $\inf A$ e $\max A$, $\min A$ (se esistono), dove
   a) $A = \{x \in I\!R : \ x^2 - 5x - 14 < 0\} \bigcup \{x \in I\!R : \ |x - 16| \leq 9\}$.
   b) $A = \{x \in I\!R : \ 4 \leq |x - 9| < 6\}$.

2. Scrivere la formula del binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{71}$. Trovare poi il coefficiente in fronte di y e y^2 del polinomio $(1 - 3y)^{71}$.

3. Studiare i limiti delle successioni.
   a) $a_n = \dfrac{6n - 11}{5n}$ e dimostrare usando la definizione.
   b) $a_n = \dfrac{\sqrt[4]{n}(2 - 3n^4) + n^{21/5}}{2006 + 5n^{17/4}}$.
   c) * $a_n = \dfrac{9^{n+1} + 27n^6 - 8}{9^n + 3n^6}$. Inoltre, studiare se la successione è monotona. Ennunciare un teorema notevole per successioni monotone.

4. Trovare i limiti:
   a) $\lim\limits_{x \to -\infty} (\sqrt{9x^2 - 7x} + 3x)$;
   b) $\lim\limits_{x \to -3} \dfrac{(x^2 + x - 6)\ln(11 + x)}{\sin(3x + 9) - 2^{x+3} + 1}$. Potete risolvere mediante due metodi.
   c)* $\lim\limits_{t \to 0} (\cos(4t))^{\operatorname{cotg}^2(7t)}$.

5. Sia $f(x) = \begin{cases} \mu x^2 + \lambda x & \text{se} \quad x \in [2, 3] \\ -x & \text{se} \quad x \in]-1, 2[\\ \mu x + 2 & \text{se} \quad x \in [-2, -1] \end{cases}$, essendo λ e μ parametri reali. Trovare tutte i λ e μ t.c. f è continua in $[-2, 3]$. Per tali λ e μ trovare l'immagine di f.

6. Trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove
   a) $f(x) = \ln(4x^2 - 3\sin(6\pi x))$, $x_0 = -1/2$;
   b) $f(x) = 2x^{5x}$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = axb^{-x}$, dove $a = \ln 9$, $b = 3$.
   i) Studiare il comportamento di f per $x \to \pm\infty$ (trovare $\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$).
   ii) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?
   iii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.
   iv) Tracciare il grafico.