

Cognome e nome: Matricola:

1. Scrivere la formula di Taylor per $f :]a, b[\rightarrow \mathbb{R}$, n -volte derivabile, $x_0 \in]a, b[$. Inoltre, per $f(x) = \arctg(3x - 4)$, $n = 2$, $x_0 = 1$, calcolare il polinomio di Taylor.

2. Risolvere a) $\int \frac{4}{\sqrt[3]{7-5x}} dx$; b) $\int \sin(3-10y) dy$; c) $\int \frac{3t-8}{t^2-6t+8} dt$.

3. Sia $f \in C([a, b])$ una funzione nonnegativa, dove $a = -2$, $b = 8$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizione di $[a, b]$ a 10 intervallini uguali. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante integrazione per parti o sostituzioni):

a) $\int_0^{\pi/3} x \cos(3x) dx$; b)* $\int_{-3}^{-1} (x+3) \ln|x| dx$; c)* $\int \frac{1}{5+3\cos x} dx$.

5. Disegnare l'insieme Ω e calcolare la sua area, essendo Ω :

a) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{6-5x}}$, $x \in [-2/5, 1]$;

b) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = e^{-6x}$, $x \in [-\ln \sqrt[3]{5}, 0]$;

c)* il dominio delimitato dalla parabola $y = (x+2)^2$ e la retta $y = -3x - 6$.

6. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri)

a) $\int_{3/2}^2 \frac{4}{\sqrt[3]{2x-3}} dx$; b)* $\int_{-1/2}^{+\infty} (2x+1)e^{-2x} dx$.

7. * Scrivere la definizione di integrali generalizzati (impropri) del tipo $\int_{-\infty}^{-1} f(x) dx$. Enunciare almeno un criterio per l'esistenza (nonesistenza). Inoltre, studiare se esistono (giustificando la risposta mediante un criterio)

i) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{(-2\arctg x)^{2005}}{1+x^2} dx$ ¹ ii) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{(-2\arctg x)^{207}}{\sqrt[2005]{1+x^2}} dx$

¹Facoltativo: Calcolare l'integrale esplicitamente.