Analisi Matematica 1 (Informatica, Università di Cagliari), 2006/2007

Parziale n. 2, 13. 01. 2007, **VERSIONE B**

Cognome e nome: .... Matricola: ....

1. Scrivere la formula di Taylor per $f :]a,b[\mapsto I\!R$, n-volte derivabile, $x_0 \in]a,b[$. Inoltre, per $f(x) = \operatorname{arctg}(5x-6)$, $n = 2$, $x_0 = 1$, calcolare il polinomio di Taylor.

2. Risolvere a) $\displaystyle\int \frac{5}{\sqrt[6]{7-6x}}\,dx$; b) $\displaystyle\int \sin(5-8y)\,dy$; c) $\displaystyle\int \frac{3t+8}{t^2+6t+8}\,dt$.

3. Sia $f \in C([a,b])$ una funzione nonnegativa, dove $a = -1$, $b = 9$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizone di $[a,b]$ a 10 intervallini uguali. Inoltre, ennunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

4. Calcolare (mediante integrazione per parti o sostituzioni):

a) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} (x-6)\cos(4x)dx$; b)* $\displaystyle\int_{-2}^{-1} (x+2)\ln|x|\,dx$; c)* $\displaystyle\int \frac{1}{-5+4\cos x}dx$.

5. Disegnare l'insieme Ω e calcolare la sua area, essendo Ω:

a) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{7-3x}}$, $x \in [-1/3, 2]$;

b) il trapeziode definito dal grafico di $f(x) = e^{-4x}$, $x \in [-\ln\sqrt{3}, 0]$;

c)* il dominio delimitato dalla parabola $y = (x+3)^2$ e la retta $y = -2x-6$.

6. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri)

a) $\displaystyle\int_{5/2}^{3} \frac{4}{\sqrt[3]{2x-5}}dx$; b)* $\displaystyle\int_{-3/2}^{+\infty} (2x+3)e^{-2x}dx$.

7.* Scrivere la definizione di integrali generalizzati (impropri) del tipo $\displaystyle\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} f(x)dx$. Enunnciare almeno un criterio per l'esistenza (nonesistenza). Inoltre, studiare se esistono (giustificando la risposta mediante un criterio)

i) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} \frac{(-3\operatorname{arctg} x)^{2007}}{1+x^2}dx$ [1] ii) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-\sqrt{3}} \frac{(-3\operatorname{arctg} x)^{201}}{\sqrt[2007]{1+x^2}}dx$

[1] Facoltativo: Calcolare l'integrale esplicitamente.