

Cognome e nome: Matricola:

1. Trovare $\sup A$, $\inf A$, $\max A$, $\min A$ se A è il seguente insieme:¹
 - a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x - 6 < 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} : |x - 3| \leq 6\}$.
 - b) $A = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq |x - 3| < 5\}$.
2. Enunciare il binomio di Newton per $(\xi + \eta)^{78}$. Trovare i coefficienti del polinomio $(1 - 2z)^{78}$ nei termini proporzionali a z ed a z^2 .
3. Calcolare (o indicarne la non esistenza) dei limiti delle seguenti successioni:
 - a) $a_n = \frac{5n - 3}{2n}$ utilizzando la definizione del limite.
 - b) $a_n = \left(\frac{n - 2}{n}\right)^{n/2} \frac{5 - 3n^2}{2n^2 + 7n}$.
 - c*) $a_n = \frac{7^{n+2} + 98n^5 + 2}{7^n + 2n^5}$. Inoltre, determinare se la successione è monotona.
4. Calcolare i seguenti limiti:
 - a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x + 6} - x\right)$.
 - b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^{x-3} - 1 + \operatorname{tg}(\pi x)}{(x^2 - 9) \ln(1 + x)}$.
 - c*) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/\operatorname{sen}(3x)}$. Enunciare il teorema principale sull'esistenza di uno zero di una funzione continua che cambia segno su un intervallo.

¹Se non esiste uno dei numeri $\max A$ e $\min A$, è da indicare.

5. Trovare tutti i valori dei parametri reali λ e μ per cui la seguente funzione $f : [-6, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 + \mu x, & x \in [-6, -3), \\ x, & x \in [-3, 1), \\ 7 - 3\mu x, & x \in [1, 6]. \end{cases}$$

6. Calcolare $f'(x)$ e determinare l'equazione della retta tangente nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

a) $f(x) = \ln(x^4 + 2x^2 + 1)$, $x_0 = -1$.

b) $f(x) = x^x$, $x_0 = 1$.

7. Sia $f(x) = (x^2 + 1)/x$.

a) Determinare gli asintoti (verticali, orizzontali ed obliqui) della f .

b) Calcolare $f'(x)$. Determinare i massimi e minimi della f .

c) Calcolare $f''(x)$. Determinare gli intervalli di convessità e di concavità e i flessi della f .

d) Tracciare il grafico della f .