

Cognome e nome: ..... Matricola: .....

1. Studiare i limiti delle successioni.

a)  $a_n = \frac{11n - 5}{22n}$  e dimostrare usando la definizione.

b)  $a_n = \frac{10\sqrt[4]{n}(3 + n^5) - n^{31/6}}{2007 + 2n^{21/4}}$ .

2. Dare la definizione per una funzione continua in un punto. Inoltre, trovare i limiti:

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{16x^2 - 5x + 4x})$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3^{x+2} - 1 - \sin(2x + 4)}{(x^2 + 5x + 6) \ln(7 + 2x)}$ . Potete risolvere mediante due metodi.

3. Trovare  $f'(x)$  e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(x_0, f(x_0))$ , dove

a)  $f(x) = \ln(12x^2 + 2 \sin(\pi x))$ ,  $x_0 = -1/2$ ;

b)  $f(x) = 3x^{3x}$ ,  $x_0 = 1/3$ .

4. Sia  $f(x) = -x^3 + x^2 + x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

i) Trovare  $f'(x)$ , massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti? Potete rispondere alla stessa domanda ma se  $f(x)$  ha come l'insieme di definizione l'intervallo  $[1, 2]$ ?

ii) trovare  $f''(x)$  e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.

iii) Tracciare il grafico.

5. Risolvere a)  $\int \frac{5}{\sqrt[6]{13 - 6x}} dx$ ; b)  $\int \sin(7 - 8y) dy$ ; c)  $\int \frac{t - 7}{t^2 + 4t - 5} dt$ .

6. Sia  $f \in C([a, b])$  una funzione nonnegativa, dove  $a = -3$ ,  $b = 9$ . Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizione di  $[a, b]$  a 12 intervallini uguali. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri), usando le definizioni

a)  $\int_{-1/2}^{5/6} \frac{4}{\sqrt[3]{5 - 6x}} dx$ ; b)\*  $\int_{-1}^{+\infty} (x + 1)e^{-2x} dx$ .