

Cognome e nome: Matricola:

1. Studiare i limiti delle successioni.

a) $a_n = \frac{9n - 11}{27n}$ e dimostrare usando la definizione.

b) $a_n = \frac{14\sqrt[4]{n}(3 + n^5) - 3n^{31/6}}{2007 + 2n^{21/4}}$.

2. Dare la definizione per una funzione continua in un punto. Inoltre, trovare i limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - 16x + 3x})$;

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2^{x+3} - 1 + \sin(2x + 6)}{(x^2 + 5x + 6) \ln(5 + x)}$. Potete risolvere mediante due metodi.

3. Trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

a) $f(x) = \ln(-9x^2 + 2 \cos(6\pi x))$, $x_0 = 1/3$;

b) $f(x) = 4x^{4x}$, $x_0 = 1/4$.

4. Sia $f(x) = -x^3 + x^2 + 5x$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti? Potete rispondere alla stessa domanda ma se $f(x)$ ha come l'insieme di definizione l'intervallo $[5/3, 2]$?

ii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.

iii) Tracciare il grafico.

5. Risolvere a) $\int \frac{4}{\sqrt[5]{11 - 5x}} dx$; b) $\int \sin(9 - 7y) dy$; c) $\int \frac{t + 8}{t^2 + 5t - 6} dt$.

6. Sia $f \in C([a, b])$ una funzione nonnegativa, dove $a = -3$, $b = 9$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizione di $[a, b]$ a 12 intervallini uguali. Inoltre, enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

7. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri), usando le definizioni

a) $\int_{-1/2}^{7/2} \frac{6}{\sqrt[3]{7 - 2x}} dx$; b)* $\int_{-2}^{+\infty} (x + 2)e^{-2x} dx$.