

Cognome e nome: Matricola:

1. Studiare i limiti delle successioni.

a) $a_n = \frac{7n^2 + 3n}{3n^2}$ e dimostrare usando la definizione.

b) $a_n = \frac{4\sqrt[4]{n}(3 + n^4) - 7^n}{2007 + n^{21/4} + 7^n}$.

2. Trovare i limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - 2^{x+1} + \sin(3x + 3)}{(x^2 + 5x + 4) \ln(5 + 3x)}$. Potete risolvere mediante due metodi.

b)* $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{5x}\right)^{7x}$.

3. Scrivere la definizione della derivata. Inoltre, trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

a) $f(x) = \ln(4x^2 + \cos(3\pi x))$, $x_0 = -1/2$;

b) $f(x) = x^{-3x}$, $x_0 = 1/3$.

4. Sia $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - 4x$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?

ii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.

iii) Tracciare il grafico.

5. Risolvere a) $\int \frac{6}{\sqrt[4]{7-4x}} dx$; b) $\int 2^{1-3y} dy$; c) $\int \frac{2t+7}{t^2+7t-8} dt$.

6. Sia $f \in C([a, b])$ una funzione nonnegativa, dove $a = -4$, $b = 7$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizione di $[a, b]$ a 11 intervallini uguali. Dare la definizione dell'integrale definito $\int_a^b f(x)dx$. Enunciare il teorema della media.

7. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri), usando le definizioni

a) $\int_1^{7/6} \frac{12}{\sqrt[3]{7-6x}} dx$; b)* $\int_{-\infty}^1 (x-1)e^{3x} dx$.