

Cognome e nome: Matricola:

1. Studiare i limiti delle successioni.

a) $a_n = \frac{3n^2 - 7n}{7n^2}$ e dimostrare usando la definizione.

b) $a_n = \frac{3\sqrt[4]{n}(7 - n^4) - 6^n}{2007 + 2n^{21/4} + 6^n}$.

2. Trovare i limiti:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - 3^{x+1} + \sin(2x + 2)}{(x^2 + 4x + 3) \ln(7 + 4x)}$. Potete risolvere mediante due metodi.

b)* $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{7x}\right)^{4x}$.

3. Scrivere la definizione della derivata. Inoltre, trovare $f'(x)$ e scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$, dove

a) $f(x) = \ln(4x^2 - \cos(\pi x))$, $x_0 = -1/2$;

b) $f(x) = x^{-4x}$, $x_0 = 1/4$.

4. Sia $f(x) = -2x^3 + 7x^2 - 8x$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Trovare $f'(x)$, massimi e minimi. Esistono massimi e/o minimi assoluti?

ii) trovare $f''(x)$ e studiare per intervalli di convessità, concavità, punti di flesso.

iii) Tracciare il grafico.

5. Risolvere a) $\int \frac{3}{\sqrt[4]{11 - 4x}} dx$; b) $\int 3^{1-2y} dy$; c) $\int \frac{2t - 7}{t^2 - 7t - 8} dt$.

6. Sia $f \in C([a, b])$ una funzione nonnegativa, dove $a = -3$, $b = 7$. Disegnare in modo schematico (spiegando il significato geometrico) della somma superiore e la somma inferiore per la partizione di $[a, b]$ a 10 intervallini uguali. Dare la definizione dell'integrale definito $\int_a^b f(x) dx$. Enunciare il teorema della media.

7. Studiare e calcolare (se esistono) i seguenti integrali generalizzati (impropri), usando le definizioni

a) $\int_1^{5/4} \frac{8}{\sqrt[3]{5 - 4x}} dx$; b)* $\int_{-\infty}^3 (x - 3)e^{2x} dx$.