ANALISI MATEMATICA II

Spazi metrici e spazi normati. Spazi metrici, funzioni continue tra spazi metrici, spazi metrici completi, completezza di $C(X, Y)$, convergenza uniforme per una successione di funzioni, implicazioni della convergenza uniforme. Spazi normati, spazi di Banach, spazi di Hilbert, spazi metrici compatti per successioni, completezza di uno spazio metrico compatto, compattezza per ricoprimenti, compattezza in R^n, immagine di un compatto mediante una funzione continua, teorema di Weierstrass, teorema delle contrazioni.

Serie e successioni di funzioni. Convergenza semplice e uniforme, convergenza totale, derivazione termine a termine, integrazione termine a termine. Serie di potenze, raggio di convergenza, convergenza uniforme, derivabilità termine a termine, formula e serie di Taylor, condizioni sufficienti per la sviluppabilità in serie di Taylor, serie di Taylor notevoli. Funzioni periodiche, funzioni regolari a tratti, serie di Fourier di una funzione regolare a tratti, disuguaglianza di Bessel, convergenza semplice e uniforme di una serie di Fourier, integrazione delle serie di Fourier.

Equazioni differenziali. Definizione di soluzione di un sistema di equazioni differenziali del primo ordine, come trasformare un'equazione differenziale di ordine k in un sistema di k equazioni differenziali del primo ordine, problema di Cauchy (in piccolo) per un sistema di equazioni differenziali del primo ordine. Equazioni differenziali lineari di ordine k omogenee, equazioni differenziali lineari di ordine k non omogenee, struttura dell'insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare di ordine k omogenea, equazioni differenziali lineari del primo ordine, equazioni differenziali lineari di ordine k a coefficienti costanti omogenee, metodo della variazione delle costanti per trovare un integrale particolare di un'equazione differenziale non omogenea (solo ordine 2), come trovare un integrale particolare di un'equazione differenziale non omogenea quando il termine noto è il prodotto di un polinomio per un esponenziale o per una funzione trigonometrica.

Calcolo differenziale per funzioni di più variabili. Derivata secondo una direzione, derivate parziali, funzioni differenziabili, teorema del differenziale totale, equazione del piano tangente al grafico di una funzione. Derivate parziali successive, scambio dell'ordine di derivazione, formula di Taylor per $k = 2$, differenziale di applicazioni di R^n in R^m, differenziale di funzioni composte, derivate di funzioni composte, massimi e minimi relativi per funzioni di più variabili, massimi e minimi assoluti.

Misura di Lebesgue in $\mathbf{R}^n$. Plurintervallo di R^n e la sua misura, misura di un aperto e di un compatto, insiemi misurabili secondo Peano-Jordan e secondo Lebesgue, misurabilità della differenza e dell'intersezione di due insiemi misurabili, additività e subadditività numerabile della misura. Insieme di Cantor, esistenza di un insieme non misurabile, misurabilità di insiemi non limitati, misura nei prodotti cartesiani.

Integrale di Lebesgue in $\mathbf{R}^n$. Funzione semplice in R^n e il suo integrale, integrale di Lebesgue, confronto con l'integrale di Riemann, funzioni misurabili, misurabilità del sottografico, sommabilità di una funzione misurabile, sommabilità di una funzione non limitata su un insieme non necessariamente limitato, funzioni q.o. nulle, teorema di Beppo-Levi, lemma di Fatou, teorema di Lebesgue, integrazione di una serie nel senso di Lebesgue.

Teorema di Fubini e la sua applicazione al calcolo degli integrali doppi e tripli, cambiamento della misura per diffeomorfismi, cambiamento di variabili negli integrali, coordinate polari e sferiche, derivazione sotto il segno di integrale.

Curve e superfici. Curva regolare e generalmente regolare, curve equivalenti, lunghezza di una curva, ascissa curvilinea, versore tangente, integrale curvilineo di una funzione. Superfici regolari di R^3, versore normale, area di una superficie data in forma parametrica, area di una superficie di rotazione, area dei grafici, teorema delle funzioni implicite, massimi e minimi vincolati, moltiplicatori di Lagrange.

Forme differenziali. Definizione di forma differenziale lineare, integrale curvilineo di una forma differenziale lineare, forma differenziale esatta, condizione necessaria affinché una forma differenziale sia esatta, dominio stellato, equazioni differenziali risolubili mediante la teoria delle forme differenziali esatte, teorema della divergenza, dominio semplicemente connesso, teorema sulle forme differenziali esatte, rotore di un campo vettoriale, bordo di una superficie e la sua orientazione positiva, teorema di Stokes.

1. E. Giusti, Analisi Matematica 2, Bollati Boringhieri
2. P. Marcellini e C. Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Volume Secondo, Liguori Editore, Napoli
3. E. Giusti, Esercizi e Complementi di Analisi Matematica, Volume Secondo, Bollati Boringhieri.