

## Esercizi sugli Integrali Doppi<sup>1</sup>

- 1\*. Calcolare le aree dei tre domini rinchiusi della circonferenza  $x^2 + y^2 = 1$  e la cardiode  $\rho^2 = 2(1 + \cos \theta)$ . (CP)
2. Calcolare il volume del dominio rinchiuso del piano  $xy$ , il cilindro  $x^2 + y^2 = 4$  e la paraboloida  $z = x^2 + y^2$ . (CP)
3. Calcolare il volume del dominio rinchiuso del piano  $xy$ , il cilindro  $x^2 + y^2 = 9$  e il cono  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . (CP)
4. Calcolare il volume rinchiuso tra la paraboloida  $z = x^2 + y^2$  e il cono  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ . (CP)
5. Sia  $D$  il dominio rinchiuso tra i grafici di  $f(x) = x^2 - 1$  e  $g(x) = x - x^2$ . Calcolare  $\int_D x^2 y \, dx \, dy$ .
6. Calcolare l'area del dominio rinchiuso dai grafici delle funzioni  $f(x) = x^3$  e  $g(x) = x^5$ .
7. Calcolare il volume della parte dell'intersezione dei domini  $x^2 + y^2 \leq 1$  e  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$  che si trova sopra il piano  $xy$ . (CP)
8. Calcolare l'area dell'intersezione dei domini  $x^2 + y^2 \leq 1$  e  $x^2 + y^2 \leq 2x$ . (CP, utilizzando che i domini si possono rappresentare dalle equazioni  $\rho \leq 1$  e  $\rho \leq 2 \cos \theta$ ).
9. Calcolare l'area del dominio rinchiuso dalla spiraglia  $\rho = a e^{-b\theta}$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) e l'asse  $x$ . (CP)
10. Sia  $D$  il dominio nel primo quadrante rinchiuso dal catenoide  $f(x) = \cosh(x)$ , gli assi  $x$  e  $y$  e la retta verticale  $x = 1$ . Calcolare l'integrale  $\int_D (y / \cosh(x)) \, dx \, dy$ .
- 11.\* Calcolare il volume del solido rinchiuso dalle sfere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  e  $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 1$ .
12. Calcolare il volume del solido rinchiuso dal cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  e i coni  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  e  $z = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ . (CP)

---

<sup>1</sup>CP indica il consiglio di utilizzare le coordinate polari.

13. Calcolare il volume del solido rinchiuso tra i coni  $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$  e  $z = 1 + \sqrt{x^2 + y^2}$ . (CP)
14. La curva di equazione  $x^3 + y^3 = 1$  ha la retta  $y = -x$  come asintoto obliquo e taglia gli assi nei punti  $(1, 0)$  e  $(0, 1)$ . Sia  $D$  il dominio rinchiuso dagli assi  $x$  e  $y$  e questa curva. Calcolare l'integrale  $\int_D 3x^2y^2 dx dy$ .
15. Sia  $D$  il dominio rinchiuso dai grafici delle funzioni  $f(x) = 2 - x^2$  e  $g(x) = 2x - 1$ . Calcolare  $\int_D 2xy dx dy$ .
16. Calcolare il volume del solido nel primo ottante che si trova all'interno del rettangolo  $|x| + |y| \leq 1$  e sotto l'iperboloide  $z = xy$ .
- 17.\* Calcolare il volume nel primo ottante del solido rinchiuso dal piano  $z = 0$ , dall'iperboloide  $z = 2xy$  e dal cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ . (CP, scrivendo l'equazione dell'iperboloide nella forma  $z = \rho^2 \sin(2\theta)$ .)