Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$y^{(4)} + 5y'' - 36y = 0.$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$y' = 3x^2(y^2 - 1)$$
e indicare la soluzione che verifica la condizione $y(0) = -1$.

3. Calcolare il minimo (relativo) della funzione $f(x, y) = xy$ sotto il vincolo $x + 2y = 1$ e interpretare il risultato geometricamente.

4. Consideriamo i punti $(3, 6)$, $(0, 3)$ e $(-\sqrt[3]{9}, 0)$ della curva ellittica di equazione $F(x, y) = 0$, dove
$$F(x, y) = x^3 - y^2 + 9.$$
Applicare il teorema delle funzioni implicite per scoprire quali dei tre punti hanno un intorno nel quale si può esprimere $y = f(x)$ con f di classe C^1.

5. Calcolare l'area della superficie di equazione $z = xy$ che si trova all'interno del quarto cilindro $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\mathrm{rot}\, \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, dove $\vec{\boldsymbol{F}} = (z, x, y)$ e S è la porzione della paraboloide $z = 4 - x^2 - y^2$ che si trova sopra il piano xy. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

7. Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{2}[e^{2x} + e^{-2x}]$ per $0 \leq x \leq \ln(3)$.

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.

[1] 15.06.2004