Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$y'' + 36y = \cos(6x).$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$y' = 3x^2(y^2 + 1).$$

3. Calcolare il minimo (relativo) della funzione $f(x, y) = xy$ sotto il vincolo $x + 2y = 1$ e interpretare il risultato geometricamente.

4. Consideriamo i punti $(0, 2)$ e $(6\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$ della curva di equazione $F(x, y) = 0$, dove
$$F(x, y) = y^3 - xy - 8.$$
Applicare il teorema delle funzioni implicite per scoprire quali dei tre punti hanno un intorno nel quale si può esprimere $y = f(x)$ con f di classe C^1.

5. Calcolare l'area della superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e sopra il piano xy.

6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\mathrm{rot}\, \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, dove $\vec{\boldsymbol{F}} = (y, z, x)$ e S è la porzione della paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$ che si trova tra i piano $z = 0$ e $z = 1$. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

7. Calcolare la lunghezza della curva di equazione (in coordinate polari) $r(\theta) = 2\theta$ per $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.

[1] 2.07.2004