Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$y'' - 6y' + 5y = 2\,e^x.$$

2. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale
$$y' = 4x(y + y^2).$$

3. Calcolare il minimo (relativo) della funzione $f(x, y) = x^2 + 9y^2$ sotto il vincolo $x + 3y = 1$ e interpretare il risultato geometricamente.

4. Consideriamo i punti $(1, 0)$, $(0, 0)$ e $(2, 2)$ della curva di equazione $F(x, y) = 0$, dove
$$F(x, y) = y^2 - xy.$$
Applicare il teorema delle funzioni implicite per scoprire quali dei tre punti hanno un intorno nel quale si può esprimere $y = f(x)$ con f di classe C^1.

5. Calcolare l'area della superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e sopra il piano xy.

6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\mathrm{rot}\,\vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\,d\sigma$, dove $\vec{\boldsymbol{F}} = (x, z, y)$ e S è la porzione della paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$ che si trova sopra il piano $z = 0$. Indicare al quale versore normale corrisponde il risultato.

7. Calcolare la lunghezza della curva di equazione $\varphi(t) = (\cos(3t), \sin(3t), 4t)$, $0 \le t \le \pi$.

Punteggio massimo: 5 pt. per gli esercizi 4 e 6, 4 pt. per gli altri esercizi.

[1] 24.09.2004