Scritto Generale
del Corso di Analisi Matematica 4[1]

| es.1 | es.2 | es.3 | es.4 | es.5 | es.6 | es.7 | somma | amm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 4 | 5 | 4 | 5 | 3 | 30 | S/N |
| | | | | | | | | |

**Bisogna utilizzare una penna nera ed evitare il colore azzurro per consentire la scannerizzazione dello scritto.**

1. Calcolare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y^{(7)} + 64y' = 0.$$

2. Consideriamo la funzione periodica $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di periodo $2\pi$ tale che $f(x) = |x|$ per $-\pi \leq x < \pi$.

   a. Calcolare i suoi coefficienti di Fourier.

   b. Calcolare la sua somma per ogni $x \in \mathbb{R}$. È uniformemente convergente la serie di Fourier? Spiegare la risposta.

   c. È permessa l'integrazione termine a termine? Spiegare la risposta.

3. Calcolare il minimo assoluto e il massimo assoluto della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

sotto il vincolo

$$2x + y + 3z = 6.$$

4. Consideriamo la forma differenziale

$$\omega = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} dx + \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dy.$$

   a. È chiusa?

[1] 25 gennaio 2008.

b. È esatta nel dominio $\Omega = \mathbb{C} \setminus \{0\}$?

c. Calcolare $\int_\gamma \omega$ lungo lo spirale logaritmico $\gamma$ di equazione (in coordinate polari) $r = e^{-\theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

Motivare le tre risposte.

5. Calcolare l'area della superficie toroidale di equazione

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 1 - \sqrt{2z - z^2}, \qquad 0 \leq z \leq 2.$$

6. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S (\operatorname{rot} \vec{\boldsymbol{F}}, \nu)\, d\sigma$, dove

$$\vec{\boldsymbol{F}} = (x^2 + y^2 + z^2)(1, 1, 1),$$

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 25 - x^2 - y^2 \geq 0\}.$$

7. Calcolare la lunghezza della curva

$$\varphi(t) = (\cosh(t), t), \qquad 0 \leq t \leq 2\ln(3).$$