1. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

sotto il vincolo $x^2 + yz = 9$.

2. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

sotto il vincolo $y^2 - xz = 4$.

3. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

nel dominio

$$D = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 1\right\}.$$

4. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y) = 1 + x + y + \sqrt{y^2 - x}$$

nel dominio

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -y \leq x \leq y^2,\ y \leq 2\right\}.$$

5. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

nel dominio

$$D = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\right\}.$$

Basta trovare tutti i massimi e minimi assoluti e discutere se c'è un massimo o minimo in almeno un altro possibile punto di massimo o minimo.

6. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x,y) = 1 + x + y + \sqrt{y^2 + x}$$

nel dominio

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \leq x \leq y^2,\ 0 \leq y \leq 2\right\}.$$

7. Calcolare i massimi e minimi della funzione

$$f(x,y,z) = 6 - 2x - y - z$$

sotto il vincolo

$$x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 1.$$

8. Calcolare i massimi e minimi della funzione

$$f(x,y,z) = 6 - 2x - 3y - z$$

sotto il vincolo

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1.$$

9. Calcolare il minimo della funzione

$$f(x,y,z) = (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2$$

sotto i vincoli $x + y + z = 0$ e $x + 3y = 2$. Dare l'interpretazione geometrica.

10. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x,y,z) = (x+y+z)^2$$

sotto il vincolo $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$.

11. Si determino i punti della curva

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 1 - xy \end{cases}$$

con massima e minima distanza dall'origine. [Consiglio: Si determino i punti della curva dove $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ ha massimo e minimo.]

12. Calcolare i minimi e massimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = 3x^2 + 2y^2 + z^2$$

sotto il vincolo $x + y + z = 22$.

13. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

sotto il vincolo $z^2 - xy = 1$.

14. Calcolare i minimi e massimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = 8x^4 + y^4 + 27z^4$$

sotto il vincolo $x + y + z = \dfrac{22}{3}$.

15. Calcolare i minimi e massimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x, y, z) = z$$

sotto i due vincoli

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 1 \\ x + y + 2z = 0. \end{cases}$$

16. Calcolare i massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7$$

nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$.

17. Si determinino i massimi e minimi della funzione

$$f(x, y) = (1 - y)(2 - y - x^2)$$

sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 2 - x^2 - y^2\}.$$

18. Determinare i massimi e i minimi (relativi e assoluti) della funzione

$$\begin{cases} f : D \to \mathbb{R}^2 \\ f(x,y) = xy^2, \end{cases}$$

dove

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 \geq 1\}.$$

19. Calcolare i minimi e massimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

sotto il vincolo $x + y + z = 22$.

20. Calcolare i minimi e massimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x,y,z) = x^4 + 8y^4 + 27z^4$$

sotto il vincolo $x + y + z = \dfrac{11}{6}$.

21. Calcolare i massimi e minimi della funzione $f(x,y) = x + y^2$ sotto il vincolo $x^2 + y^2 = 1$.

22. Calcolare i massimi e minimi della funzione

$$f(x,y,z) = 5 - x - y - z$$

sotto il vincolo

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

23. Calcolare i massimi e minimi della funzione

$$f(x,y,z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

sotto i vincoli

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ x + y + z = 3. \end{cases}$$

24. Calcolare i minimi e massimi (relativi e assoluti) della funzione

$$f(x,y,z) = x + 2y^2 + z$$

sotto il vincolo $x^2 + y^2 + z^2 = 12$.