

**Calcolo Scientifico e Matematica Applicata**  
Scritto Generale, 07.06.2018, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi:  $1 \mapsto 4$ ,  $2 \mapsto 10$ ,  $3 \mapsto 8$ ,  $5 \mapsto 8$ .

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} + 18u_{xt} + 45u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 2x^2 + 3, \quad u_t(x, 0) = 5x + 2. \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 6u_x + 10u + 2x - 3, & 0 \leq x \leq 2\pi, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = 0, \quad u(2\pi, t) = -\frac{9}{50}e^{6\pi} - \frac{2}{5}\pi + \frac{9}{50}, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2 + 1)u_x - 2u_t - (2 + x)^2u + x^2 \sin^2(3x), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq t \leq 10, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(3, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x + 2, \quad u_t(x, 0) = 3x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(2+x^2+y^2)u_{xx} - (2+x^2+y^2)u_{yy} + (1+2\cos^2(x+y))u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq 2\pi, \quad 0 \leq y \leq \pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, \pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(2\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali della matrice del sistema.