

**Calcolo Scientifico e Matematica Applicata**  
Scritto Generale, 07.06.2019, Ingegneria **Ambientale**

Valutazione degli esercizi: 1  $\mapsto$  4, 2  $\mapsto$  10, 3  $\mapsto$  8, 4  $\mapsto$  8.

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} + 17u_{xt} + 42u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 3x^2 + 3\cos(x), \quad u_t(x, 0) = 5x + 2\sin(x). \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 8u_x + 17u + x - 3, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = u(\frac{\pi}{2}, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2 + 2)u_x - 2u_t - (2 + x)^2u + e^{1+x}, \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(3, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x^2 + 2, \quad u_t(x, 0) = 3x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

4. Illustrare, mediante il metodo degli elementi finiti, la risoluzione numerica del seguente problema parabolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = [(3 + x^2)u_x]_x - (5 + \cos^2(2x))u + f(x), & 0 \leq x \leq \pi, \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali delle matrici del sistema.

**Calcolo Scientifico e Matematica Applicata**  
Scritto Generale, 07.09.2018, Ingegneria **Meccanica**

Valutazione degli esercizi:  $1 \mapsto 4$ ,  $2 \mapsto 10$ ,  $3 \mapsto 8$ ,  $5 \mapsto 8$ .

1. Risolvere, con il metodo degli integrali generali, il seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} + 17u_{xt} + 42u_{xx} = 0, \\ u(x, 0) = 3x^2 + 3 \cos(x), \quad u_t(x, 0) = 5x + 2 \sin(x). \end{cases}$$

2. Discutere la risoluzione, mediante separazione delle variabili, del seguente problema iperbolico:

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} - 8u_x + 17u + x - 3, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad t \geq 0, \\ u(0, t) = u(\frac{\pi}{2}, t) = 0, \\ u(x, 0) = g(x), \quad u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$$

3. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema iperbolico

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + (x^2 + 2)u_x - 2u_t - (2 + x)^2u + e^{1+x}, \\ \qquad \qquad \qquad -1 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq t \leq 12, \\ u(0, t) = f_1(t), \quad u(3, t) = f_2(t), \\ u(x, 0) = x^2 + 2, \quad u_t(x, 0) = 3x^2 + 1. \end{cases}$$

Discutere le condizioni sul passo affinché la matrice del sistema sia invertibile.

5. Illustrare, mediante il metodo delle differenze finite, la risoluzione numerica del seguente problema ellittico

$$\begin{cases} -(1 + \sqrt{x^2 + y^2})u_{xx} - (1 + \sqrt{x^2 + y^2})u_{yy} + (1 + 3 \cos^2(x - y))u = f(x, y), \\ \qquad \qquad \qquad 0 \leq x \leq \pi, \quad 0 \leq y \leq 2\pi, \\ u(x, 0) = g_1(x), \quad u(x, 2\pi) = g_2(x), \\ u(0, y) = h_1(y), \quad u(\pi, y) = h_2(y). \end{cases}$$

Discutere le proprietà principali della matrice del sistema.